

PHILIPS



Opleidingen
Opleidingen
Opleidingen

FYSIKA ELEKTRONEN-
BUIZEN (HTO)

Opleidingen
Opleidingen
Opleidingen

Ir.G.S.M.Schrijnemakers

december 1973

H.T.O.

FYSIKA ELEKTRONENBUIZEN

Ir. G.S.M. Schrijnemakers

© **N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken
Eindhoven, Nederland 1973.**

Niets uit deze uitgave mag worden vermenigvuldigd en/of openbaar gemaakt d.m.v. druk, fotocopie, microfilm of op welke andere wijze ook, zonder voorafgaande toestemming

VOORWOORD

In deze cursus wordt naast de behandeling van enkele grondbegrippen uit de mechanika, elektrostatika en de opbouw der materie, een doorsnede gemaakt door de verschillende typen geëvacueerde elektronenbuizen. Hierbij ligt het accent geheel op de verschillende wijzen waarop een elektronenstroom kan worden opgewekt, elektronenemissie, zowel als naar richting bestuurd kan worden, elektronenoptika.

Bij de bespreking van deze hoofdstukken in cursusverband wordt ernaar gestreefd bepaalde delen slechts summier te behandelen, om daarna, na voorbereiding door de kursisten, bepaalde vraagstukken, uitvoeriger opdrachten, en literatuur in discussie te brengen.

Gehoopt wordt dat dit overzicht over enkele fysische principes van elektronenbuizen ook voor niet kursisten in een behoefte zal kunnen voorzien.

Mijn dank gaat uit naar die kollega's waarmee waardevolle discussies gevoerd zijn bij het samenstellen van dit diktaat.

Hopelijk laten eventuele gebruikers zich er niet van weerhouden hun opmerkingen aan ondergetekende mee te delen.

Ir. G.S.M. Schrijnemakers

INHOUD

Hoofdstuk 1	<u>Grondbegrippen uit de mechanika</u>	blz.
1.1	De begrippen vektor en skalair	6
1.2	Samenstellen en ontbinden van vektoren	6
1.3	Vermenigvuldigen van skalairen en vektoren	7
1.4	Kracht, massa, arbeid	7
1.5	Konservatieve velden	8
1.6	Potentiële energie en gradiënt	9
1.7	Wet van behoud van energie	10
1.8	Impuls, moment, impulsmoment	12
Hoofdstuk 2	<u>Inleiding tot de Elektrostatika</u>	
2.1	Positieve en negatieve elektriciteit	13
2.2	Opbouw der materie - geleiders en isolatoren	13
2.3	Zetel der lading	14
2.4	Wet van Coulomb	15
2.5	Influentie en Polarisatie	16
Hoofdstuk 3	<u>Het elektrostatische veld</u>	
3.1	Het veldbegrip	17
3.2	Veldsterkte, veldlijnen, veldbuizen	17
3.3	Potentiaal en energie	19
3.4	Kondensator, capaciteit	21
3.5	Diëlektrische verplaatsing; wet van Gauss	23
3.6	Enkele voorbeelden van elektrostatische velden	26
3.7	Breking van elektrische veldlijnen	28
3.8	De vergelijking van Poisson en Laplace	30
3.9	Het oplossen van de vergelijking van Laplace	33
Hoofdstuk 4	<u>Het stationnaire magnetische veld</u>	
4.1	Inleiding tot het veldbegrip	35
4.2	Induktie en veldsterkte	35
4.3	Enkele belangrijke eigenschappen	36
Hoofdstuk 5	<u>Elektronenoptika</u>	
5.1	Fundamentele eigenschappen	39
5.2	Analogie tussen elektronenoptika en "licht" optika	41
5.3	Konstruktie van elektronenbanen in het elektrosta- tische veld	43

5.4	Eigenschappen van rotatiesymmetrische elektrostatische velden	45
5.5	Algemene lenseigenschappen	48
5.6	Soorten van elektrostatische lenzen	50
5.7	Elektrostatische afbuiging	59
5.8	Fokussing in een homogeen magnetisch veld	62
5.9	Magnetische afbuiging	65
5.10	Eigenschappen van rotatiesymmetrische magnetische velden	68
5.11	Soorten van rotatiesymmetrische magnetische lenzen	73
5.12	Beweging van elektronen in een gekombineerd elektrostatisch en magnetisch veld	76
Hoofdstuk 6	<u>Bouwelementen der materie</u>	
6.1	Het atoommodel	81
6.2	Aanslag en ionisatie	84
6.3	Het periodieke systeem	87
6.4	De vaste stof	90
Hoofdstuk 7	<u>Elektronenemissie</u>	
7.1	Elektrische geleiding	91
7.2	Geleidingselektronen in metalen	95
7.3	De uittreepotentialiaal	97
7.4	De termische verzadigingsemisssie	100
7.5	De diodekarakteristiek	107
7.6	Emissie van metalen bezet met geadsorbeerde laagjes	118
7.7	Algemene emissie facetten	121
7.8	Metallische katodes	123
7.9	Naleveringskatodes	125
7.10	De oxyde katode	130
7.11	Vergelijking van de termische elektronenemitters	137
7.12	Koude emissie	143
7.13	Sekundaire emissie	144
7.14	Foto-emissie	151

LITERATUURVERZICHT

- | | |
|--|---------------------------|
| 1. Lehrbuch der theoretischen Physik | G. Joos |
| 2. Atomtheorie und Naturbeschreibung | N. Born |
| 3. Electromagnetic Fields | E. Weber |
| 4. Relativiteitstheorie | A.D. Fokker |
| 5. Electricity and magnetism | J. Jeans |
| 6. De theorie van Maxwell | H.A. Lorentz |
| 7. De bouw der atomen en moleculen | H.C. Brinkman |
| 8. Introduction to quantum mechanics | L. Pauling
E.B. Wilson |
| 9. Die Elektronentheorie der Metalle | H. Fröhlich |
| 10. Theory and design of Electron Beams | J.H. Pierce |
| 11. Elektronen optik | A.A. Rusterholz |
| 12. Electron Tubes | W. Kohl
Glaser |
| 13. Grundlagen der Elektronen optik | A.H.W. Beek |
| 14. Thermionic Valves | F.G. Spreadbury |
| 15. Electronics | G. Herrmann
S. Wagener |
| 16. The oxide cathode | K.R. Spangenberg |
| 17. Vacuum Tubes | W.G. Dow |
| 18. Fundamentals of Engineering Electronics | P. Parker |
| 19. Electronics | J. Millman
S. Seely |
| 20. Electronics | F.E. Terman |
| 21. Radio Engineers Handbook | H. Carter
M. Donker |
| 22. Foto-elektrische cellen in theorie en praktijk | C. Weber |
| 23. Het berekenen van potentiaalvelden en elektronenbanen met behulp van een elektronische rekenmachine (Philips Technisch Tijdschrift 24, p130-143, 1962) | |

24. De beweging van een elektron in tweedimensionale elektrische velden
(Philips Technisch Tijdschrift 2, p 338-345, 1937) P.H.J.A. Kleijnen
25. Ausmessung elektrischer Felder mit Hilfe von halbleitenden Schichten
(Zeitschrift für angew. Physik 2, p 443-446, 1950) W. Clausnitzer
H. Heumann
26. Potentiaalmetingen m.b.v. de elektrolytische trog
(Philips Technisch Tijdschrift 4, p 235-242, 1939) G. Hepp
27. Het weerstandsnetwerk, een eenvoudig en nauwkeurig hulpmiddel voor het bepalen van potentiaalverdelingen
(Philips Technisch Tijdschrift 21, p 11-24, 1959) J.C. Francken
28. The paths of ions and electrons in non-uniform crossed electric and magnetic fields
(Physical Review 70 - 1946) N.D. Goggeshall
29. New methods for the measurement of cathode interface impedance
(IRE Transactions on electron devices 1959) F.B. Frost
30. Are Hot Cathodes on the way out?
(Electronica June 7, 1963) W.M. Feist and
G. Wade
31. A survey of present knowledge of thermionic emitters
(Paper no. 1404 of Radio Section of GEC Research Laboratories, dec. 1952) D.A. Wright
32. Een nieuwe thermische emitterende katode voor zware belastingen
(Philips Techn. Tijdschrift 11, 1949) H.J. Lemmens
M.J. Jansen
R. Loosjes
33. De geïmpregneerde katode
(Philips Techn. Tijdschrift 19, 1957) R. Levi
34. De geperste katode
(Philips Technisch Tijdschrift 19, 1957) R.C. Hughes
P.L. Coppola
35. Inhomogeniteit en elektronenenergieverdeling van thermisch emitterende katodes
(Philips Techn. Tijdschrift 25, 1963, p 224-225) C.G.J. Jansen
A. Venema
Th. H. Weekers
36. Secundaire Elektronenemissie
(Philips Technisch Tijdschrift 3, 1938) H. Bruining
37. Het geleidingsvermogen van de oxydekatode
(Philips Techn. Tijdschrift 11, 1949) R. Loosjes
H. Vink

1.1 De begrippen vektor en skelair

Bij de behandeling van de Elektrostatika en Elektronenoptika zullen we grootheden ontmoeten, die niet alleen een bepaalde grootte, doch ook een bepaalde richting hebben; dit zijn de z.g. vektoren. Grootheden met alleen maar een bepaalde grootte noemen we skalair. Dergelijke vektoren worden voorgesteld door een pijl inde betreffende richting te tekenen, waarvan de lengte gelijk is aan het bedrag der grootheid in kwestie. De notatie ervan geschiedt vaak door een liggend streepje boven het betreffende symbool te plaatsen b.v. \vec{v} . De grootte van \vec{v} wordt aangeduid met $|\vec{v}|$ of v .

Als voorbeelden van vektoren kunnen genoemd worden:

- a) de kracht, aangeduid met \vec{F}
- b) de snelheid, aangeduid met \vec{v}

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{s}}{\Delta t} = \frac{d\vec{s}}{dt} \quad (1.1)$$

ofwel; de snelheid is het differentiaalquotient van de afgelegde weg \vec{s} naar de tijd.

Ook de afgelegde weg is een vektor!

- c. de versnelling, aangeduid met \vec{a}

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (1.2)$$

ofwel de versnelling is het differentiaalquotient van de snelheid naar de tijd.

1.2 Samenstellen en ontbinden van vektoren

Onder de som $\vec{a} + \vec{b}$ van 2 vektoren \vec{a} en \vec{b} verstaan we een vektor, van het beginpunt van \vec{a} naar het eindpunt van \vec{b} getrokken, indien het beginpunt van \vec{b} met het eindpunt van \vec{a} samenvalt (z.g. parallelogram van vektoren). Men zegt ook: $\vec{a} + \vec{b}$ is de resultante van \vec{a} en \vec{b} .

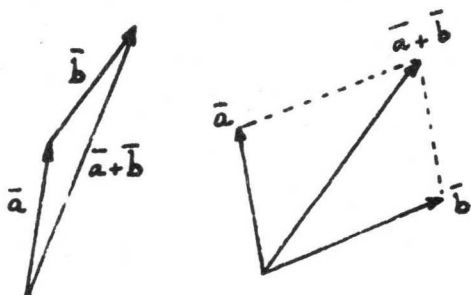


Fig. 1.1

In fig. 1.1 is een en ander nader aangegeven.

De vektoren \vec{a} en \vec{b} behoeven niet noodzakelijk in een plat vlak te liggen. Omgekeerd is het ook mogelijk een vektor op te vatten als som van een aantal andere vektoren, z.g. componenten.

Vaak wordt een vektor \vec{a} ontbonden in 3 componenten \vec{a}_x , \vec{a}_y en \vec{a}_z , die evenwijdig zijn aan de assen van een rechthoekig koördinatiesysteem zoals in fig. 1.2 nader is aangegeven.

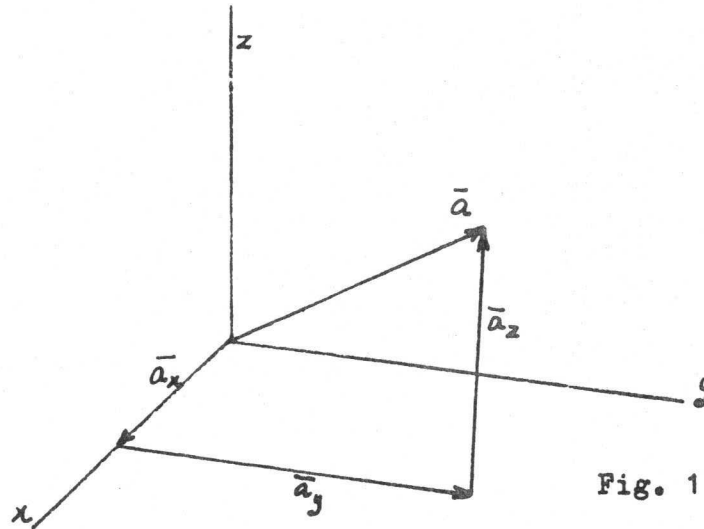


Fig. 1.2

Uit deze figuur blijkt dat de modulus van \vec{a} geschreven kan worden als:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2} \quad (1.3)$$

Indien een vektor \vec{a} de resultante is van een aantal vektoren \vec{a}_i , aangeduid door $\vec{a} = \sum \vec{a}_i$, en al deze vektoren ontbonden worden in x, y en z componenten, dan geldt blijkbaar:

$$\begin{aligned} a_x &= \sum a_{ix} \\ a_y &= \sum a_{iy} \\ a_z &= \sum a_{iz} \end{aligned} \quad (1.4)$$

1.3 Vermenigvuldigen van skalaren en vektoren

1.3.1 Vermenigvuldigen van een vektor met een skalar

Indien c een skalar is, verstaat men onder $c \vec{a}$ een vektor in de richting van \vec{a} , die c maal zo groot is als \vec{a} .

1.3.2 Skalar produkt van 2 vektoren

Onder het skalar produkt of puntprodukt van 2 vektoren \vec{a} en \vec{b} , geschreven als $\vec{a} \cdot \vec{b}$, verstaat men een skalar gelijk aan het produkt van a en b en de cosinus van de ingesloten hoek φ tussen \vec{a} en \vec{b} , ofwel:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = ab \cos \varphi \quad (1.5)$$

Ontbinden we \vec{a} en \vec{b} elk in 3 componenten volgens fig. 1.2 dan kan afgeleid worden dat geldt:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z \quad (1.6)$$

1.3.3 Vektorprodukt van 2 vektoren

Onder het vektorprodukt of kruisprodukt van 2 vektoren \vec{a} en \vec{b} verstaat men een vektor \vec{c} , waarvan de grootte gelijk is aan het produkt van a en b en de sinus van de ingesloten hoek φ tussen \vec{a} en \vec{b} . De richting van deze vektor staat loodrecht op \vec{a} zowel als \vec{b} en is als een rechtse schroef toegevoegd aan de beweging van \vec{a} naar \vec{b} voor de kleinste hoek.

Men schrijft dit als volgt:

$$\begin{aligned} \vec{c} &= \vec{a} \times \vec{b} \\ \text{met } c &= a b \sin \varphi \end{aligned} \tag{1.7}$$

1.4 Kracht, massa, arbeid

In 1.1 zijn de begrippen kracht \vec{K} , snelheid \vec{v} en versnelling \vec{a} besproken.

De oorzaak van een versnelling is steeds gelegen in een kracht \vec{K} . Het verband tussen \vec{K} en \vec{a} wordt gegeven door de wet van Newton:

$$\vec{K} = m \vec{a} \tag{1.8}$$

De evenredigheidskonstante in deze formule wordt massa genoemd. In het Giorgi-eenhedenstelsel wordt a uitgedrukt in m/sek^2 .

Uit (1.8) volgt dat de eenheden van kracht en massa niet beide vrij gekozen kunnen worden. Als fundamentele eenheid heeft men de massa gekozen, met in genoemd stelsel als eenheid de kilogram.

De eenheid van kracht is nu volgens (1.8) een afgeleide eenheid, die in genoemd stelsel de Newton wordt genoemd.

Onder de arbeid A die door een konstante kracht \vec{K} verricht wordt bij verplaatsing van een voorwerp over een rechte weg \vec{s} verstaan we het skalair produkt van \vec{K} en \vec{s} , ofwel:

$$A = \vec{K} \cdot \vec{s} \tag{1.9}$$

In het Giorgi-eenhedenstelsel is de eenheid van arbeid de Newton meter (Nm), ook wel Joule genoemd (J). Voor het geval dat \vec{K} niet konstant is langs \vec{s} schrijven we m.b.v. de integraalrekening voor de arbeid bij verplaatsing van een voorwerp van een punt P naar punt Q:

$$A = \int_P^Q \vec{K} \cdot d\vec{s} \tag{1.10}$$

Een dergelijke integraal, waarbij langs een weg geïntegreerd wordt, wordt lijnintegraal genoemd.

Indien \vec{K} de resultante is van een aantal krachten \vec{K}_i , dan is de arbeid van \vec{K} gelijk aan de som der arbeiden die door elk der samenstellende krachten alleen zou zijn verricht, zoals eenvoudig uit (1.4), (1.6) en (1.10) volgt: derhalve is:

$$A = \sum_i A_i \tag{1.11}$$

1.5 Konservatieve velden

In het algemeen zal de arbeid bij verplaatsing van een voorwerp van P naar Q afhankelijk zijn van de gekozen weg.

Er zijn echter gevallen te bedenken, waarbij de verrichte arbeid niet afhankelijk is van de gevolgde weg. Het krachtenveld noemt men dan konservatief. Een voorbeeld van zulk een konservatief krachtenveld is het zwaartekrachtenveld, althans binnen een beperkt gebied beschouwd.

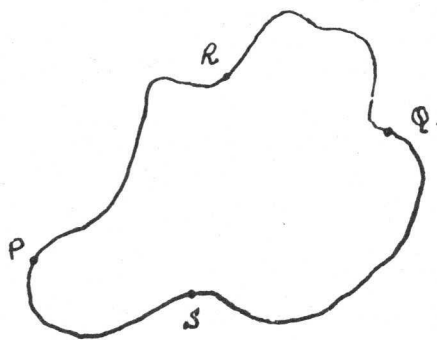


Fig. 1.3

In een dergelijk geval is dus de arbeid in fig. 1.3 verricht over de weg PRQ gelijk aan die over de weg PSQ, ofwel:

$$\int_P^Q \bar{K} \cdot d\bar{s} = \int_P^Q \bar{K} \cdot d\bar{s} \quad (1.12)$$

Gaan we van Q naar P, dan keert elk der integralen uit (1.12) van teken om, immers $\bar{K} \cdot \bar{s} = Ks \cos \varphi$ en $\cos \varphi$ keert dan van teken om.

Beschouwen we de totaal verrichte arbeid over de gesloten kromme PRQSP, dan is deze nul, immers:

$$\int_P^Q \bar{K} \cdot d\bar{s} + \int_Q^P \bar{K} \cdot d\bar{s} = \int_P^Q \bar{K} \cdot d\bar{s} - \int_P^Q \bar{K} \cdot d\bar{s} = 0.$$

We schrijven dit als volgt:

$$\oint \bar{K} \cdot d\bar{s} = 0 \quad (1.13)$$

waarbij het teken \oint aangeeft dat geïntegreerd wordt langs een gesloten kromme; we noemen dit een kringintegraal.

In woorden luidt (1.13):

Bij een conservatief krachtenveld is de verrichte arbeid langs iedere willekeurige gesloten kromme nul.

1.6 Potentiële energie en gradient

Dat de arbeid in een conservatief krachtenveld slechts van de plaats van begin- en eindpunt afhangt, kan tot uitdrukking worden gebracht door aan elk punt een getal toe te voegen, zodanig dat het verschil van deze getallen de arbeid aangeeft om van het ene naar het andere punt te komen. Dit getal wordt de potentiële energie genoemd en met V aangeduid. Wordt de potentiële energie in P en Q aangegeven met V_P resp. V_Q , dan geldt dus voor de door de kracht verrichte arbeid bij verplaatsing van een punt van P naar Q.

$$A = \int_P^Q \bar{K} \cdot d\bar{s} = \int_P^Q -dV = V_P - V_Q \quad (1.14)$$

Onder de potentiaal wordt verstaan de potentiële energie voor een eenheidsmassa, of $\frac{V}{m}$.

Verbinden we alle punten van gelijke potentiële energie met elkaar, dan ontstaan z.g. equipotentiaaloppervlakken. Deze oppervlakken staan in elk punt loodrecht op de kracht. Immers zou dit niet het geval zijn, dan zou de kracht in een punt P ontbonden kunnen worden in 2 componenten, een loodrecht op en een kracht \vec{K}_1 volgens de raaklijn aan het equipotentiaalvlak door P.

Voor \vec{K}_1 volgt uit (1.14):

$$\vec{K}_1 \cdot ds = -dV = 0, \text{ zodat } \vec{K}_1 = 0 \text{ moet zijn.}$$

Indien V bekend is kan \vec{K} m.b.v. (1.14) worden berekend.

Uit (1.14) volgt nl. voor een klein wegelement $\Delta \vec{s}$:

$$\Delta V = -\vec{K} \cdot \Delta \vec{s} \quad (1.15)$$

In het limietgeval en als kracht en weg een zekere hoek φ met elkaar maken, volgt uit (1.5) en (1.15)

$$dV = -K \cos \varphi ds \quad (1.16)$$

Nu is $K \cos \varphi$ niets anders dan de component K_s van \vec{K} in de richting van \vec{s} , ofwel:

$$K_s = -\frac{dV}{ds} \quad (1.17)$$

Uit (1.16) volgt verder dat voor $\varphi = 90^\circ$: $dV = 0$, zodat er dan geen arbeid verricht wordt.

Voor $\varphi = 0^\circ$ wordt dV maximaal, zodat:

$$K = -\left(\frac{dV}{ds}\right)_{\max.} \quad (1.18)$$

Deze $\left(\frac{dV}{ds}\right)_{\max.}$ wordt gradiënt genoemd, afgekort met grad.

Uit (1.18) volgt dat het zinvol is om aan deze gradiënt, evenals aan \vec{K} , ook een richting toe te kennen. Evenals \vec{K} staat grad. V loodrecht op de equipotentiaalvlakken. In vektornotatie wordt dit:

$$\vec{K} = -\text{grad. } V \quad (1.19)$$

In woorden luidt (1.19): De kracht is de negatieve gradiënt van de potentiële energie.

1.7 Wet van behoud van energie

Deze wet die algemeen geldt voor konservatieve krachtenvelden, zullen we hier voor een eenvoudig geval afleiden.

Voor een rechtlijnige beweging onder invloed van een konstante kracht \bar{K} in de richting van de weg \bar{s} geldt voor de in een tijd t afgelegde weg tussen de punten P en Q:

$$s_Q - s_P = \frac{1}{2} (v_Q + v_P) t \quad \text{waarin } v_P \text{ en } v_Q$$

de snelheid in beginpunt P resp. eindpunt Q voorstellen.

Verder is $v_Q - v_P = at$

Uit (1.8) en (1.9) volgt dan voor de langs \bar{s} verrichte arbeid:

$$A = m \cdot a \cdot \frac{1}{2} (v_P + v_Q) t = \frac{1}{2} m (v_P + v_Q) (v_Q - v_P)$$

ofwel
$$A = \frac{1}{2} m v_Q^2 - \frac{1}{2} m v_P^2 = (T_Q - T_P) \quad (1.20)$$

De verrichte arbeid is dus gelijk aan het verschil van 2 grootheden, die alleen van de begin- en eindtoestand afhangen. Deze grootheid wordt de kinetische energie genoemd en met T aangegeven. Anderzijds is A volgens (1.14) ook gelijk aan de afname van de potentiële energie V .

Uit (1.20) en (1.14) volgt dus:

$$V_P - V_Q = T_Q - T_P$$

ofwel:

$$V_P + T_P = V_Q + T_Q \quad (1.21)$$

De som van potentiële en kinetische energie is in een konservatief krachtveld dus konstant.

Dit is de wet van behoud van energie.

1.8 Impuls, Moment, Impulsmoment

Onder de impuls \bar{p} , in de oudere literatuur ook wel genoemd "hoeveelheid van beweging", verstaat men een vektor volgens:

$$\bar{p} = m \cdot \bar{v} \quad (1.22)$$

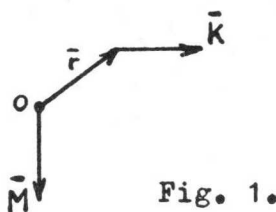
Zij heeft dus dezelfde richting als \bar{v} en de absolute grootte is mv .

Bij veruit de meeste problemen is de beschouwde massa een konstante zodat differentiatie naar de tijd t , onder gebruikmaking van (1.8) geeft:

$$\bar{K} = \frac{d\bar{p}}{dt} \quad (1.23)$$

Dit is een andere formulering van de eerste hoofdwet der mechanika. Uit (1.23) volgt dus dat de impuls van een lichaam waarop geen kracht werkt, konstant is naar grootte en richting.

Onder het moment \bar{M} van een kracht t.o.v. een punt O verstaat men een vektor volgens:

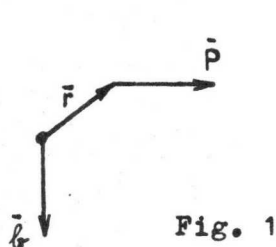


$$\bar{M} = \bar{r} \times \bar{K} \quad (1.24)$$

Fig. 1.4

waarbij \bar{r} gericht is van O naar het aangrijpingspunt van \bar{K} , zie fig. 1.4.

Onder het impulsmoment \bar{b} van een massapunt t.o.v. een punt O verstaat men een vektor volgens:



$$\bar{b} = \bar{r} \times \bar{p} \quad (1.25)$$

Fig. 1.5

waarbij \bar{r} gericht is van O naar het aangrijpingspunt van \bar{p} , zie fig. 1.5.

Eenvoudig is te bewijzen dat voor het verband tussen het moment en het impulsmoment, beide t.o.v. eenzelfde punt beschouwd, geldt:

$$\bar{M} = \frac{d\bar{b}}{dt} \quad (1.26)$$

De impulsmomentsstelling legt een relatie tussen het moment van een kracht en de verandering van het impulsmoment per tijdseenheid als gevolg hiervan.

Hoofdstuk 2 Inleiding tot de Elektrostatika

2.1 Positieve en negatieve elektriciteit

Tussen twee massa's werkt steeds een aantrekkende kracht, die volgens de gravitatiewet van Newton bepaald is door de grootte van de beide massa's en hun onderlinge afstand.

Indien men echter een harsstaaf met een kattevel wrijft, of een glazen staaf met zijde, dan kan men vaststellen dat deze voorwerpen de eigenschap gekregen hebben lichte voorwerpen, zoals papier-snipperen die op enige afstand gelegen zijn, aan te trekken. Voorts kan men vaststellen dat, wanneer men een draaibaar opgehangen glasstaaf, die met zijde is gewreven, nadert met een eveneens met zijde gewreven tweede glasstaaf, deze glasstaven elkaar zullen afstoten. Nadert men de eerste glasstaaf echter met een met een kattevel gewreven harsstaaf, dan blijken de beide staven elkaar aan te trekken. De beschreven krachtwerkingen onderscheiden zich belangrijk van de krachtwerkingen volgens de gravitatiewet. Op de eerste plaats kan de grootte van deze krachten die van de gravitatiewerking vele malen overtreffen. Bovendien is gebleken dat de krachtwerking van de beschreven glasstaaf en harsstaaf verschillend gericht is. Voor de beschreven krachtwerking is de naam elektriciteit ingevoerd naar het Griekse elektron, wat barnsteen betekent, omdat de beschreven verschijnselen het eerst bij barnsteen zijn waargenomen.

Van lichamen, die elektrische krachtwerkingen vertonen, zegt men dat zij in de elektrische toestand verkeren, of dat zij elektrisch geladen zijn.

Uit het verschillend gedrag van de glasstaaf en de harsstaaf leiden we af dat er twee soorten elektrische lading bestaan. De ene soort noemen we positief, de andere negatief.

Lichamen die zich gedragen als voornoemde glasstaaf noemen we positief geladen; lichamen die zich gedragen als voornoemde harsstaaf noemen we negatief geladen. De keuze van de aanduidingen positief en negatief is geheel willekeurig en had evengoed andersom getroffen kunnen worden.

De beschreven proeven kunnen worden samengevat in de regel: gelijknamig elektrisch geladen lichamen stoten elkaar af en ongelijknamig elektrisch geladen lichamen trekken elkaar aan.

2.2 Opbouw der materie, geleiders en isolatoren

Uit de in 2.1 beschreven proeven volgt dat in alle materie positieve en negatieve elektriciteit aanwezig is, en wel van beide soorten evenveel. Elk lichaam is onder normale omstandigheden dan ook elektrisch neutraal. Men stelt zich nu voor dat de materie is opgebouwd uit atomen. Bouwstenen van het atoom zijn de protonen, neutronen en elektronen. Protonen en neutronen bevinden zich in de z.g. atoomkern. Om deze kern bewegen zich de elektronen, die door de kern worden aangetrokken.

De lading van een elektron bedraagt $-1,6019 \cdot 10^{-19}$ Coulomb. Dit is de kleinste lading die ooit werd aangetoond en wordt elementaire lading genoemd; aangeduid met $-e$. De lading van een proton bedraagt $+e$; een neutron is elektrisch neutraal. De massa van een elektron is uiterst klein en bedraagt $0,9107 \cdot 10^{-30}$ kg. Protonen en neutronen hebben ongeveer een gelijke massa die ongeveer 1836 maal zo groot is als die van een elektron.

Uit het neutrale karakter van een atoom volgt dat de kernlading uitgedrukt in elementaire ladingen, een geheel getal is. Dit is het z.g. atoomnummer Z , dat tevens gelijk is aan het aantal elektronen rond de kern. Het elektrisch laden van een lichaam komt neer op het onttrekken of toevoegen van elektronen. Heeft het lichaam elektronen opgenomen dan is het negatief geladen, heeft het elektronen afgestaan dan is het positief.

Wanneer twee lichamen met elkaar in contact komen, dan is het verschil in binding tussen de elektronen van de buitenste schil en de kern bepalend voor de vraag welk van beide lichamen elektronen zal afstaan aan het andere. Het zijn de elektronen van de buitenste schil, die overgedragen kunnen worden; ze worden dan ook vrije of geleidingselectronen genoemd.

Bij de proeven in 2.1 werden twee lichamen over elkaar gewreven. Het doel hiervan is alleen het aanrakingsoppervlak te vergroten waardoor meer elektronen uitgewisseld kunnen worden. Men spreekt in zulke gevallen van wrijvingselectriciteit. Voorts is bij de proeven in 2.1 gebleken, dat alleen het gewreven gedeelte van de lichamen elektrische krachtwerkingen vertoonde. Blijkbaar breidt de lading zich niet over het gehele lichaam uit, men noemt zulke stoffen isolatoren.

De groep van stoffen, die niet plaatselijk geladen kunnen worden, en waarbij een nagenoeg onmiddellijke uitbreiding van de lading plaats heeft, worden geleiders genoemd. De grens tussen geleiders en isolatoren kan niet scherp worden getrokken. Ook in een isolator breidt de lading zich op de duur uit, terwijl deze uitbreiding in geleiders toch ook wel enige, zij het zeer korte tijd, vergt.

2.3 Zetel der lading

Het was de franse natuurkundige Coulomb, die in 1785 de electriciteitsleer tot wetenschap maakte door voor die tijd zeer nauwkeurige onderzoekingen te doen met behulp van de torsiebalans. Dit is een absolute elektrometer waarmee de grootte van ladingen kwantitatief kan worden gemeten. Ook kan hiermee nagegaan worden waar de lading van een geleider zich precies bevindt. Een geïsoleerd opgestelde holle metalen bol, die van een kleine opening is voorzien, wordt geladen door aanraking met een gewreven glasstaaf. We brengen vervolgens een op een isolerende staaf bevestigd ongeladen metalen bolletje binnen de metalen bol en raken hiermee de binnenwand aan.

Onderzoek met een elektrometer leert dat het bolletje ongeladen is. Herhalen we de proef, doch nu met een geladen bolletje, dan blijkt het zijn lading te verliezen bij aanraking van de binnenwand, onafhankelijk van het teken van de lading van bolletje en bol.

De lading van het bolletje kunnen we slechts aan het buitenoppervlak van de holle bol terug vinden. Op deze wijze is het mogelijk op de bol een grote lading te brengen door een aantal malen de binnenkant ervan aan te raken met een telkens weer opnieuw geladen bolletje. Van een dergelijke methode om lading te transporteren wordt bij het meten van ladingen vaak gebruik gemaakt.

Voorts blijkt hierbij dat lading een additieve grootte is en dat de totale hoeveelheid lading konstant blijft.

Naar analogie van de wet tot behoud van massa geldt hier dus de wet tot behoud van lading.

Uit de beschreven proeven blijkt dat zich aan het binnenoppervlak van een gesloten holle geleider geen lading bevindt; deze bevindt zich geheel aan het buitenoppervlak. Uit proeven met geleiders met niet overal gelijke kromtestraal blijkt voorts dat de oppervlaktedichtheid der lading groter wordt bij sterkere kromming. Bij scherpe hoeken en spitsen kan de lading zelfs van het lichaam "afstromen".

2.4 Wet van Coulomb

Uit het onderzoek van Coulomb is gebleken dat de kracht die 2 geladen bolletjes op elkaar uitoefenen evenredig is met de lading van elk der bolletjes en omgekeerd evenredig is met de kwadraat van de afstanden der middelpunten.

Zij is gericht volgens de verbindingslijn dezer middelpunten. De straal der bolletjes doet hierbij niet ter zake.

Voor wat de krachtwerking naar buiten betreft kan de lading op een bol dus gekoncentreerd gedacht worden in haar middelpunt; we spreken dan van een puntlading.

Tot zover heeft deze kracht tussen 2 ladingen veel gemeen met de gravitatiekracht tussen twee massa's.

De kracht K tussen 2 ladingen is echter ook nog afhankelijk van het medium waarin de ladingen zich bevinden. De z.g. wet van Coulomb kan daarom in de volgende vorm worden gebracht:

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (2.1)$$

In deze formule stellen q_1 en q_2 de beide puntladingen voor op afstand r van elkaar.

De grootheid ϵ_0 is een evenredigheidskonstante, de z.g. diëlectriciteitskonstante van vacuum, terwijl ϵ_r de z.g. relatieve diëlectriciteitskonstante van het betreffende medium voorstelt. Dit is de verhouding tussen de kracht die twee ladingen in vacuum op elkaar uitoefenen en die welke zij in het betreffende medium op elkaar uitoefenen.

In vacuum is derhalve $\epsilon_r = 1$.

Vaak wordt $\epsilon_0\epsilon_r$ vervangen door ϵ , die dan de diëlectriciteitskonstante wordt genoemd.

In het Giorgi eenhedenstelsel is de eenheid van kracht de Newton, de eenheid van lading de Coulomb, terwijl de afstand r in meters wordt uitgedrukt.

De waarde van ϵ_0 is dan $\frac{10^7}{4\pi c^2} = 8,855 \times 10^{-12} \frac{\text{Ampère sec}}{\text{Volt meter}}$;

c stelt hierin de lichtsnelheid voor.

Formule (2.1) wordt dan:

$$K = \frac{9 \cdot 10^9}{\epsilon_r} \cdot \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad (2.2)$$

2.5 Influentie en Polarisation

Plaats men een niet geladen geleider A in de buurt van een, zeg positief, geladen lichaam B, dan zullen de vrije elektronen van A zich bewegen naar de naar B gerichte zijde van het oppervlak.

Op A ontstaan nu dus oppervlakteladingen, en wel zoveel positieve en negatieve, dat de algebraïsche som dezer ladingen nul is.

Indien B negatief geladen was, zal iets overeenkomstigs gebeuren. Dit verschijnsel wordt influentie genoemd. Zoals eenvoudig is in te zien, zullen in beide gevallen A en B elkaar aantrekken (ongelijknamige ladingen).

De in 2.3 beschreven proef, waarbij een geïsoleerd opgestelde holle bol met kleine opening werd opgeladen door een aantal malen de binnenkant ervan aan te raken met een telkens weer opnieuw geladen bolletje met lading $+Q$, is ook een geval van influentie.

Immers zo gauw het bolletje binnen de holle bol is gebracht, zal er aan het binnenoppervlak van de bol een lading $-Q$ en aan het buitenvlak een lading $+Q$ ontstaan. Wordt vervolgens het bolletje in verbinding met het binnenoppervlak van de bol gebracht, dan zullen de ladingen $-Q$ en $+Q$ van de bol resp. bolletje elkaar compenseren, zodat alleen de lading $+Q$ op het buitenoppervlak overblijft.

Een analoog voorbeeld van influentie is ook de schermwerking van de z.g. kooi van Faraday. Omsluiten we nl. een lading A door een holle geaarde geleider, dan zal op het binnenoppervlak hiervan een even grote lading worden geïnfluenceerd. Op het buitenoppervlak zal zich geen lading kunnen bevinden. Door de geaarde omhulling wordt dus de invloed van de lading A naar buiten afgeschermd. Het is hierbij niet nodig dat de omhullende geleider geheel dicht is; hij kan ook uit een metalen rasterwerk bestaan. Zo'n rasterwerk of kooi beschermt niet alleen de ruimte buiten de kooi tegen invloeden van de lading er binnen, maar evenzeer wordt de ruimte binnen een dergelijke kooi afgeschermd van ladingen die zich er buiten bevinden. Toepassingen van de z.g. kooi van Faraday komen we overal tegen daar waar we elektrische afscherming willen, b.v. bij de bescherming van gebouwen tegen de bliksem.

Brengen we een isolator A in de buurt van een geladen lichaam B dan zullen A en B elkaar aantrekken.

B oefent nl. op de positieve en negatieve ladingen van de isolator A tegengesteld gerichte krachten uit. Nu moeten we deze positieve ladingen als onverplaatsbaar, de negatieve als over kleine afstanden verplaatsbaar beschouwen.

Door deze verplaatsing zal de resultante van de kracht die B op A uitoefent niet meer nul zijn en een aantrekkende werking is het gevolg. Men noemt dit verschijnsel polarisation en de betreffende isolator heet gepolariseerd.

Hoofdstuk 3. Het Elektrostatische Veld

3.1 Het veldbegrip

In hoofdstuk 2 hebben we kennis gemaakt met de krachtwerking van een elektrisch geladen lichaam op een ander lichaam, dat een geleider of isolator, geladen of ongeladen kan zijn. Het is merkwaardig te noemen dat een lichaam een onmiddellijke invloed kan uitoefenen op een zich op zekere afstand bevindend ander lichaam, een z.g. afstandswerking dus. Dit probleem heeft men ook bij de gravitatiewerking tussen massa's. Men heeft een tijdlang geprobeerd dit probleem op te lossen door ook de ruimte tussen de lichamen in de beschouwing te betrekken onder invoering van het begrip wereldaether.

De gehele ruimte zou met deze aether "gevuld" zijn en zou zodanige mechanische eigenschappen moeten bezitten dat de elektrische verschijnselen hieruit zouden voortvloeien.

Het is echter niet gelukt de elektrische verschijnselen op deze wijze te verklaren en men is er aan gewend geraakt deze als zelfstandige fysische verschijnselen op te vatten.

De hypothese van de wereldaether heeft plaats moeten maken voor het begrip elektrisch veld.

De grondslagen van het veldbegrip werden gelegd door Faraday, terwijl Maxwell de veldtheorie wiskundig heeft geformuleerd.

Wanneer in een ruimte een daarin geplaatste lading een kracht ondervindt, zegt men dat in deze ruimte een elektrisch veld bestaat.

Het is mogelijk gebleken algemene eigenschappen aan dit veld toe te kennen, ongeacht de grootte en ruimtelijke verdeling der ladingen waardoor dit veld wordt veroorzaakt.

In de volgende paragrafen zullen deze eigenschappen van het elektrische veld aan de orde komen. Verandert het veld niet als functie van de tijd dan spreekt men van een elektrostatisch veld.

3.2 Veldsterkte, veldlijnen, veldbuizen

Het elektrostatische veld is in elk punt gekarakteriseerd door de kracht die op een in dat punt geplaatste positieve eenheidslading werkt. Dit is de z.g. elektrostatische veldsterkte, aangeduid door \vec{E} . Hierbij is aangenomen dat de genoemde eenheidslading geen verandering in het veld teweegbrengt.

Uit deze definitie volgt voor de kracht \vec{K} die op een lading Q werkt:

$$\vec{K} = Q \vec{E} \quad (3.1)$$

De veldsterkte is dus een vektorgrootheid, met in het Giorgi eenhedenstelsel als eenheid: Newton/Coulomb.

Het elektrostatische veld is volledig gegeven indien de veldsterkte naar grootte en richting als functie van de plaats bekend is.

Onder een veldlijn verstaan we een lijn die de eigenschap heeft, dat in elk harer punten de richting der raaklijn samenvalt met de richting van de veldsterkte. De veldsterkte en de kracht op een lading hebben in het elektrostatische veld dezelfde richting, zodat de veldlijnen tevens krachtlijnen zijn.

In het magnetische veld staat, zoals we later zullen zien, de kracht op een (bewegende) lading echter loodrecht op de veldsterkte, zodat het juister lijkt steeds van veldlijnen te spreken.

Door elk punt van de ruimte kan maar één veldlijn gaan (waarom eigenlijk?) en het totale aantal veldlijnen is derhalve oneindig. Het is echter gebruikelijk een elektrostatisch veld toch door een eindig aantal veldlijnen te karakteriseren. Hiertoe voeren we het begrip veldbuis in.

Dit is een buisvormig gedeelte der ruimte, waarvan het zijdelings oppervlak gevormd wordt door veldlijnen en verder wordt afgesloten door 2 vlakjes loodrecht op de veldlijnen.

In fig. 3.1 is zo'n veldbuis gegeven. Deze veldbuis is afgesloten door 2 vlakjes S_1 en S_2 , die we zo klein veronderstellen, dat de veldsterktes E_1 resp. E_2 konstant zijn over het betreffende oppervlak.

Nu volgt uit de wet van Gauss, die we nog nader zullen tegenkomen:

$$E_1 S_1 = E_2 S_2 \quad (3.2)$$

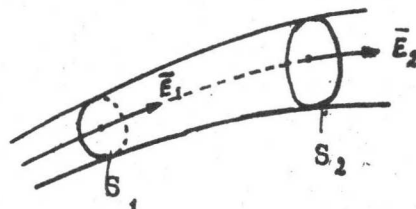


Fig. 3.1

Vooruitlopend op de bespreking van deze wet, zullen we het bewijs van (3.2) reeds geven voor het geval van een puntlading.

Volgens de wet van Coulomb is de veldsterkte in een punt P op een afstand r van een puntlading Q, in een medium van konstante diëlektriciteitsconstante ϵ gegeven door:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \quad (3.3)$$

De veldlijnen zijn stralen waaruit Q naar P getrokken. Veldbuizen zijn dus kegeloppervlakken met top in Q en verder begrensd door boloppervlakken met Q als centrum.

In fig. 3.2 is dit nader aangegeven.

De oppervlakken S_1 resp. S_2 staan loodrecht op de veldlijnen, op

afstand r_1 resp. r_2 van Q. Nu geldt dat $S_1 : S_2 = r_1^2 : r_2^2$.

Uit (3.3) volgt voor de betreffende veldsterktes E_1 resp. E_2 :

$E_1 : E_2 : r_2^2 : r_1^2$, zodat inderdaad aan (3.2) is voldaan.

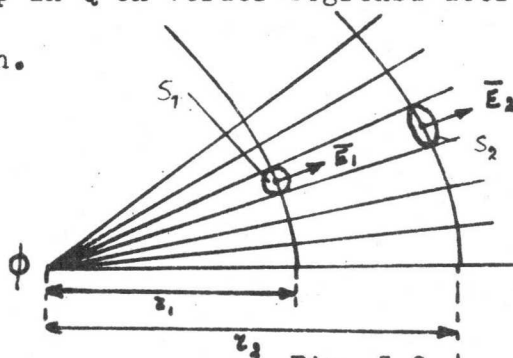


Fig. 3.2

Het aantal veldlijnen, waarmee een elektrostatisch veld kan worden gekarakteriseerd, kiest men zodanig dat in een vlak loodrecht op de veldlijnen de oppervlaktedichtheid der veldlijnen evenredig is met de veldsterkte. Door S_1 in fig. 3.2 gaan dan dus $\propto E_1 S_1$ veldlijnen, waarin \propto een willekeurige evenredigheidsfactor is. Door S_2 gaan dan dus $\propto E_2 S_2$ veldlijnen.

Uit (3.2) volgt dan dat er door S_1 en S_2 evenveel veldlijnen gaan, zoals uit de definitie van de veldbuis reeds kon worden verwacht.

3.3 Potentiaal en Energie

3.3.1 Het begrip potentiaal

We beschouwen weer het veld van een puntlading $+Q$. Op een veldlijn in dit veld nemen we 2 punten P_1 en P_2 (zie ook fig. 3.2). Beweegt een eenheidslading zich nu van P_1 naar P_2 onder invloed van de kracht E , dan is de arbeid door het veld verricht volgens (1.10):

$$A = \int_{P_1}^{P_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (3.4)$$

Nu is E gegeven door (3.3), waarmee (3.4) overgaat in:

$$A = \int_{P_1}^{P_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{dr}{r^2}$$

ofwel

$$A = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (3.5)$$

Hierin zijn r_1 en r_2 de afstanden van P_1 resp. P_2 tot de puntlading $+Q$.

Formule (3.5) blijft ook gelden indien P_1 en P_2 niet op dezelfde veldlijn zijn gelegen. (Waarom?)

Hebben we te maken met een willekeurig elektrostatisch veld, dan kan dit steeds worden opgevat als superpositie van velden afkomstig van een aantal puntladingen.

De veldsterkte is dan de resultante van de veldsterkten afkomstig van elk dezer puntladingen. Uit (1.11) volgt dan dat (3.5) ook voor dit willekeurig elektrostatisch veld opgaat.

Uit (3.5) volgt dat de arbeid, verricht bij de verplaatsing van een eenheidslading van P_1 naar P_2 alleen afhangt van de ligging van deze punten en onafhankelijk is van de gekozen weg. De eigenschappen vermeld in 1.5 zijn hier dus van toepassing zodat we hier te maken hebben met een z.g. konservatief veld, waarin volgens (1.13) geldt:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (3.6)$$

In woorden luidt (3.6): in ieder willekeurig elektrostatisch veld is de kringintegraal der veldsterkte nul.

Zoals in 1.6 is vermeld kunnen we dan dit veld beschrijven door gebruik te maken van het begrip potentiaal. Onder de potentiaal V in een punt P verstaan we dan de waarde van de lijnintegraal van de veldsterkte langs een willekeurige weg van P naar een punt P_0 waar de potentiaal nul gesteld is, ofwel:

$$V = \int_P^{P_0} \mathbf{E} \cdot d\bar{s} \quad (3.7)$$

Meestal kiezen we dit punt P_0 in het oneindige.

Uit (3.5) volgt dan dat de potentiaal in het veld van een puntlading volgt uit:

$$V = \frac{Q}{4\pi\epsilon r} \quad (3.8)$$

Passen we (3.7) toe op 2 punten P_1 en P_2 , dan volgt:

$$V_{P_2} - V_{P_1} = \int_{P_2}^{P_1} \mathbf{E} \cdot d\bar{s} \quad (3.9)$$

Zoals uit 1.6 reeds volgt, kan het begrip equipotentiaalvlak worden ingevoerd. Zulke vlakken staan steeds loodrecht op de veldlijnen.

Voorts volgt uit (1.17) dat de componenten van \mathbf{E} in een rechthoekig koördinatensysteem volgen uit:

$$\begin{aligned} E_x &= - \frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y &= - \frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z &= - \frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned} \quad (3.10)$$

De praktische eenheid van de potentiaal is de Volt.
De eenheid van veldsterkte wordt dan Volt/meter; vergelijk dit met (3.1).

3.3.2 De potentiële energie van een lading

We keren nog even terug naar de definitie van de potentiaal, zie (3.7). Hieruit volgt nl. dat de arbeid die verricht moet worden om een lading $+Q$ te brengen van P_0 naar P , zodanig dat deze uit te oefenen kracht steeds gelijk doch tegengesteld gericht is aan de kracht die het veld op de lading uitoefent, gelijk is aan QV .

Daar de lading hierbij geen snelheid heeft gekregen, moet QV dus worden opgevat als de toename van de potentiële energie van de lading Q t.o.v. het veld. Wordt deze lading losgelaten dan zal zij zich versneld bewegen naar P_0 langs een veldlijn. Bij aankomst in P_0 is de potentiële energie tot nul gedaald en moet de kinetische energie dus met QV zijn toegenomen.

Beweegt een geladen deeltje met massa m en lading Q zich zonder weerstand onder invloed van het veld van een punt P_1 met potentiaal V_1 naar een punt P_2 met potentiaal V_2 , dan neemt haar potentiële energie af met $Q (V_2 - V_1)$.

De kinetische energie neemt dan toe van $\frac{1}{2} m v_1^2$ tot $\frac{1}{2} m v_2^2$ waarbij v_1 resp. v_2 de snelheid van het deeltje is in P_1 resp. P_2 .

Volgens (1.21) moet dus gelden:

$$Q (V_1 - V_2) = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \quad (3.11)$$

3.3.3 De energie van het elektrostatische veld

We beschouwen in de ruimte een geleider met potentiaal V_1 waarop zich een lading Q_1 bevindt. Stellen we ons voor dat deze lading vanuit het oneindige, waar de potentiaal nul is gesteld, naar de geleider is gebracht, dan is hierbij een zekere arbeid verricht. Deze arbeid kunnen we opvatten als de energie van het beschouwde elektrostatische veld.

Stellen we de lading Q van de geleider op zeker ogenblik αQ_1 , waarbij $0 < \alpha < 1$, dan zal de potentiaal V op dit ogenblik αV_1 bedragen, zie (3.8).

Vergroten we nu de lading met een bedrag $Q_1 d\alpha$, dan is hiertoe een arbeid dW verricht. Nu geldt voor dW :

$$dW = V dQ = \alpha V_1 Q_1 d\alpha \quad (3.12)$$

De totale energie W volgt dus uit:

$$W = \int_{\alpha=0}^{\alpha=1} \alpha V_1 Q_1 d\alpha = \frac{1}{2} V_1 Q_1 \quad (3.13)$$

Voor een willekeurig elektrostatisch veld dat ontstaat door een aantal geleiders met lading Q_i en potentiaal V_i volgt de totale energie uit:

$$W = \frac{1}{2} \sum_i V_i Q_i \quad (3.14)$$

3.4 Kondensator=Kapaciteit

Een condensator is een samenstel van 2 tegenover elkaar geïsoleerd opgestelde geleiders, gescheiden door een diëlectricum. We onderscheiden ze naar de vorm van de geleiders. Er zijn o.a. vlakke, bol- of cilinderkondensators.

Worden de beide geleiders elk verbonden met een verschillende pool van een stroombron, dan loopt er bij inschakelen een kortstondige stroom, de z.g. laadstroom. Hierdoor wordt een zekere hoeveelheid elektronen aan de ene geleider onttrokken en aan de andere toegevoerd. Beide geleiders krijgen een tegengestelde lading Q , terwijl de spanning ertussen V wordt.

Het blijkt nu dat er steeds een konstante verhouding bestaat tussen deze Q en V .

Deze verhouding wordt capaciteit genoemd, ofwel

$$C = \frac{Q}{V} \quad (3.15)$$

De capaciteit hangt af van de geometrie en van de aard van het diëlectricum.

De eenheid van capaciteit in het Giorgi-eenhedenstelsel is de Farad.

Beschouwen we een condensator, waarbij de beide geleiders de ladingen $+Q$ en $-Q$ met potentialen V_a en V_b bezitten, waarbij $V_a - V_b = V$, dan geldt volgens (3.14) voor de energie die in deze condensator is opgehoopt:

$$W = \frac{1}{2} Q V_a - \frac{1}{2} Q V_b = \frac{1}{2} Q V$$

Door toepassing van (3.15) gaat dit over in:

$$W = \frac{1}{2} C V^2 = \frac{Q^2}{2C} \quad (3.16)$$

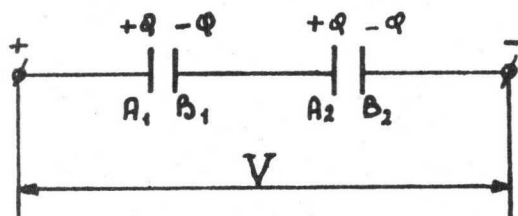


Fig. 3.3

In fig. 3.3 zijn A_1B_1 en A_2B_2 twee in serie geschakelde condensatoren.

A_1 is met de $+pool$ verbonden en krijgt een lading $+Q$; B_2 is met de $-pool$ verbonden en krijgt een lading $-Q$. B_1 resp. A_2 krijgen dan influentieladingen $-Q$ resp $+Q$; bij serieschakeling hebben alle condensatoren dus dezelfde lading Q .

Zijn de capaciteiten van A_1B_1 en A_2B_2 resp. C_1 en C_2 , en verdeelt de batterijspanning V zich over beide capaciteiten als V_1 en V_2 , dan geldt:

$$C_1 = \frac{Q}{V_1} ; C_2 = \frac{Q}{V_2} \quad \text{en} \quad \underline{V = V_1 + V_2}$$

Vervangen we nu beide condensatoren door een enkele, zodanig dat de "vervangingscapaciteit" C_s dezelfde lading Q bij dezelfde batterijspanning V opneemt, dan geldt:

$$V = V_1 + V_2 = Q \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = Q \cdot \frac{1}{C_s}$$

zodats

$$\frac{1}{C_s} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (3.17)$$

Dit is de formule voor de serieschakeling van capaciteiten.

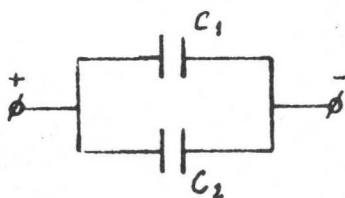


Fig. 3.4

Op analoge wijze kan voor de parallelschakeling van 2 condensatoren C_1 en C_2 volgens fig. 3.4 een vervangingscapaciteit C_p worden gedefinieerd. Het essentiële bij parallelschakeling is dat alle condensatoren dezelfde spanning V hebben.

Door een eenvoudige redenering is voor C_p af te leiden:

$$C_p = C_1 + C_2 \quad (3.18)$$

In de praktijk komen we ook vaak het begrip deelcapaciteit tegen. De capaciteit van een geleider t.o.v. een deel van een andere geleider is $\frac{q}{V}$, indien q de lading is op dat gedeelte en V het potentiaalverschil tussen de geleiders.

Spreeken we van de capaciteit van een geleider zonder meer, dan bedoelen we de capaciteit t.o.v. de gehele omgeving.

De capaciteit tussen 2 geleiders A en B kan sterk beïnvloed worden

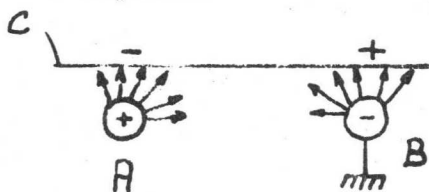


Fig. 3.5

door een geleidende plaat C in de buurt van A en B te brengen, vooral indien de afstand van C tot A zowel als B klein is.

In fig. 3.5 is het geval aangegeven dat C zweeft. De influentielading op B wordt dan door de aanwezigheid van C sterk vergroot.

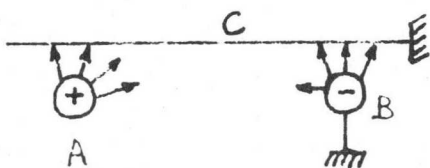


Fig. 3.6

Ligt C echter op een vaste potentiaal, b.v. geaard, zoals in fig. 3.6 is aangegeven, dan is de door A op B geïnfluenceerde lading zeer klein; men spreekt van afscherming.

De beste afscherming wordt verkregen als de geleiders "elkaar niet kunnen zien".

In elektronenbuizen hebben we vaak te maken met capaciteitsvergroting door een zwevende getterspiegel of met capaciteitsverkleining als gevolg van

de aanwezigheid van roosters tussen de betreffende elektrodes.

3.5 Diëlektrische Verplaatsing; wet van Gauss

In 3.4 hebben we gezien dat bij het "laden" van een condensator een zekere hoeveelheid elektronen aan de ene geleider onttrokken en aan de andere geleider toegevoerd wordt. Dit gaat gepaard met een kortstondige stroom door de uitwendige keten, terwijl er tussen de beide geleiders een elektrisch veld ontstaat.

Nu kan een elektrische stroom alleen in een gesloten keten lopen. In dit geval wordt de stroomkring echter door de condensatorgeleiders onderbroken, en zou aan de voornoemde eis dus niet voldaan zijn.

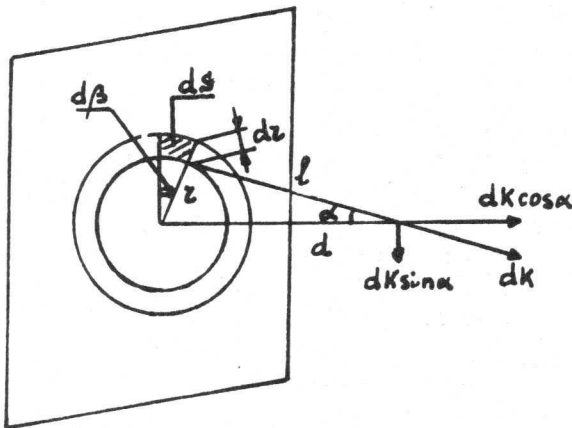
Om hieraan te ontkomen is het begrip diëlektrische stroom of verplaatsingsstroom ingevoerd. We zeggen dat tijdens het laden van de condensator tussen de beide geleiders een diëlektrische stroom vloeit, ook al is hierbij (althans in vacuum) tussen de beide geleiders beslist geen sprake van een beweging van ladingdragers. De diëlektrische stroom is in grootte gelijk aan de laadstroom door de uitwendige keten.

Ter karakterisering van de verplaatsingsstroom is het begrip diëlektrische verplaatsing \vec{D} ingevoerd. De diëlektrische verplaatsing \vec{D} is een vektor die dezelfde richting heeft als \vec{E} , en waarvan de verandering per tijdseenheid gelijk is aan de stroomdichtheid van de verplaatsingsstroom. Tussen \vec{D} en \vec{E} geldt de betrekking:

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (3.19)$$

We zullen (3.19) bewijzen voor het geval van een oneindig lange, vlakke condensator met ladingsdichtheid σ . We verwijzen naar fig. 3.7. De kracht dK die de lading van het oppervlakte-element dS van de ene plaat uitoefent op een eenheidslading, gelegen op een afstand d van die plaat, volgt uit (2.3):

$$dK = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{\sigma dS}{l^2}$$



Voor de totale kracht dK_e door het oppervlak gelegen tussen de cirkels met stralen r en $r + dr$ op de eenheidslading uitgeoefend geldt nu

$$dK_e = \frac{\sigma r dr \cos \alpha}{4\pi\epsilon l^2} \int_{\beta=0}^{\beta=2\pi} d\beta$$

Immers de componenten evenwijdig aan de condensatorplaat, $dK \sin \alpha$, van twee diametraal tegenover elkaar gelegen elementjes heffen elkaar op.

Fig. 3.7

Uitgewerkt wordt dK_e :

$$dK_e = \frac{\sigma r dr \cos \alpha}{2\epsilon l^2} \quad (3.20)$$

Substitueren we (3.20): $r = d \operatorname{tg} \alpha$ en $l = \frac{d}{\cos \alpha}$, dan gaat (3.20) over in:

$$dK_e = \frac{\sigma \sin \alpha d\alpha}{2\epsilon} \quad (3.21)$$

Voor de totale kracht die de ene condensatorplaat op de eenheidslading uitoefent volgt dan

$$K_e = \frac{\sigma}{2\epsilon} \int_{\alpha=0}^{\alpha=\pi/2} \sin \alpha d\alpha = \frac{\sigma}{2\epsilon} \quad (3.22)$$

Uit (3.22) volgt dat K_e onafhankelijk is van d . De kracht die de andere condensatorplaat met ladingsdichtheid $-\frac{Q}{2\epsilon}$ op de eenheidslading uitoefent, is dus in grootte ook gelijk aan $\frac{Q}{2\epsilon}$. Ook de richtingen van beide krachten vallen samen.

De totale kracht die op een eenheidslading werkt, ofwel de veldsterkte, is dus gegeven door:

$$E = \frac{Q}{\epsilon} \quad (3.23)$$

Deze \vec{E} is blijkbaar konstant naar grootte en richting in de gehele ruimte tussen de condensatorplaten.

Een veld dat deze eigenschap heeft, noemt men homogeen.

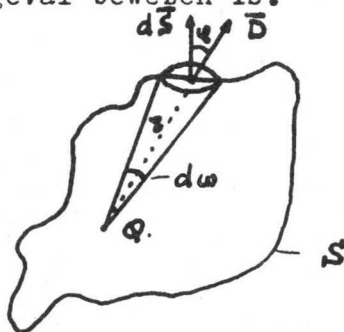
Stellen we nu het oppervlak van een condensatorplaat S en de totale lading Q , zodat $Q = \sigma S$, dan volgt met behulp van (3.23):

$$Q = \epsilon E S \quad (3.24)$$

Uit de definitie van D volgt:

$$\frac{dD}{dt} = \frac{I \text{ verplaatsing}}{S} = \frac{1}{S} \frac{dQ}{dt} \quad (3.25)$$

Uit (3.24) en (3.25) volgt dus: $D = \epsilon E$ waarmee (3.19) voor dit geval bewezen is.



We beschouwen thans weer een puntlading $+Q$ en eromheen een willekeurig gesloten oppervlak S ; zie fig. 3.8.

In een oppervlakte-elementje dS van dit oppervlak definiëren we de oppervlaktevektor $d\vec{S}$ in de richting van de naar buiten wijzende normaal. We definiëren de flux $d\psi$ door $d\vec{S}$ volgens:

$$d\psi = \vec{D} \cdot d\vec{S} \quad (3.26)$$

In dit verband noemt men \vec{D} ook wel de fluxdichtheid of specifieke flux.

Fig. 3.8

We bepalen nu de totale flux over het oppervlak S .

$$\psi = \iint \vec{D} \cdot d\vec{S} = \iint D \cos\varphi \, dS \quad (3.27)$$

Hierin is φ de hoek tussen $d\vec{S}$ en \vec{D} .

Nu volgt D voor een puntlading uit (3.3) en (3.19):

$$D = \frac{Q}{4\pi r^2} \quad (3.28)$$

Zij $d\omega$ de ruimtehoek waaronder dS vanuit de puntlading wordt gezien, dan geldt:

$$dS = \frac{r^2 d\omega}{\cos\varphi} \quad (3.29)$$

Substitutie van (3.28) en (3.29) in (3.27) geeft dan:

$$\psi = \iint \frac{Q}{4\pi r^2} \frac{r^2 \cos \varphi}{\cos \varphi} \cos \varphi = \frac{Q}{4\pi} \int \cos \varphi \, d\omega$$

$$\text{ofwel} \quad \psi = \iint \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \quad (3.30)$$

In woorden luidt (3.30):

De oppervlakte integraal van de diëlektrische verplaatsing over een willekeurig gesloten oppervlak is gelijk aan de door dat oppervlak omsloten lading.

Formule (3.30) staat bekend als de wet van Gauss. Aangezien ieder willekeurig elektrostatisch veld geacht kan worden te zijn opgebouwd uit puntladingen, geldt de wet van Gauss algemeen.

3.6 Enkele voorbeelden van elektrostatische velden

3.6.1 Het veld van een puntlading

Dit geval is reeds volledig in 3.2 behandeld.

3.6.2 Het veld van 2 puntladingen Q_1 en Q_2

De potentiaal in een punt P van dit veld, op afstand r_1 van Q_1 en r_2 van Q_2 gelegen volgt volgens (3.8) uit:

$$V_p = \frac{1}{4\pi\epsilon} \left(\frac{Q_1}{r_1} + \frac{Q_2}{r_2} \right) \quad (3.31)$$

De konstruktie van de equipotentiaalvlakken kan op basis van deze formule geschieden. De veldlijnen staan hier dan, als steeds, loodrecht op.

In de figuren 3.9 en 3.10 zijn voor de gevallen $\frac{Q_2}{Q_1} = +1$ resp. -1 de doorsneden van de equipotentiaalvlakken met het vlak van tekening aangegeven (getrokken lijnen).

De gehele equipotentiaalvlakken worden verkregen door de gehele figuur te laten wentelen om de verbindingslijn van Q_1 en Q_2 .

In deze figuren zijn ook enige veldlijnen aangegeven.

3.6.3 Het veld van een dunne draad A tegenover een vlakke plaat B

In fig. 3.11 zijn de doorsneden van de equipotentiaalvlakken met een vlak loodrecht op A getrokken getekend en zijn de veldlijnen gestippeld aangegeven.

3.6.4 De vlakke condensator

Dit geval zijn we in 3.5 reeds tegengekomen. In figuur 3.12 is een doorsnede door de condensator en equipotentiaalvlakken getekend en zijn de veldlijnen mede aangegeven (gestippeld). Het eventuele strooiveld aan de rand van de condensator is verwaarloosd.

In 3.5 is afgeleid dat dit veld homogeen is met een veldsterkte

$$E = \frac{Q}{\epsilon S}, \text{ zie (3.24).}$$

Ook is in een homogeen veld $E = \frac{V}{d}$ zoals uit (3.10) volgt, waarin d de plaatafstand voorstelt.

Voor de capaciteit van de vlakke condensator volgt dan volgen (3.):

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\epsilon S E}{d E} = \frac{\epsilon S}{d} \quad (3.32)$$

3.6.5 Het veld van 2 dunne draden tussen 2 vlakke platen

Dit geval doet zich vaak voor in ontvangbuizen (stuurrooster tussen katode en anode).

In fig. 3.13 zijn enkele equipotentiaalvlakken en veldlijnen (gestipeld) aangegeven. Uit deze figuur blijkt dat het veld in de buurt van plaat A door 2 dunne draden aanzienlijk is gewijzigd.

3.6.6 Het veld van een geleidende bol - de bolcondensator

In 2.4 is gewezen op het experimentele feit dat voor wat de krachtwerking naar buiten betreft de lading + Q op een boloppervlak gekoncentreerd gedacht kan worden in haar middelpunt.

De veldsterkte \vec{E} op een afstand r van het middelpunt is radiaal gericht en volgt volgens (3.3) uit:

$$E = \frac{Q}{4\pi\epsilon r^2} \quad (3.33)$$

Brengen we nu een tweede geleidende bol aan concentrisch om de eerste, dan zal deze geen veld veroorzaken in de ruimte tussen de de 2 concentrische bollen. De veldsterkte in deze ruimte blijft dus aan (3.33) voldoen.

Er ontstaat dan een bolcondensator.

Het potentiaalverschil tussen de bollen wordt volgens (3.7) en (3.33):

$$V = \int_{R_1}^{R_2} E \, dr = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.34)$$

Hierin zijn R_1 en R_2 de stralen van de binnenste resp. buitenste bol.

Voor de capaciteit van deze bolcondensator volgt dan volgen (3.15) en (3.34):

$$C = \frac{4\pi\epsilon}{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}} = \frac{4\pi\epsilon R_1 R_2}{R_2 - R_1} \quad (3.35)$$

Voor het geval $R_2 - R_1 = d$ en $R_1 \gg d \gg R_2$ geldt bij benadering:

$$C = \frac{4\pi\epsilon R^2}{d} = \frac{\epsilon S}{d} \quad (3.36)$$

Hierin stelt R de straal en S het oppervlak van een der bollen voor. We hebben hier dus de formule voor de capaciteit van een vlakke condensator (3.32) teruggekregen.

Voor het geval $R_2 = R_1$ gaat (3.35) over in:

$$C = 4\pi\epsilon R_1 \quad (3.37)$$

Dit is de capaciteit van een bol met straal R_1 die zich alléén in de ruimte bevindt.

In fig. 3.14 zijn enkele equipotentiaalvlakken en veldlijnen (gestipeld) aangegeven.

3.6.7 De cilinderkondensator

We beschouwen nu twee concentrische cilinders met lengte l en stralen R_1 resp. R_2 . We verwaarlozen de randeffekten. Om de binnencilinder brengen we een denkbeeldige derde cilinder aan met straal r , concentrisch met de andere cilinders. Op deze derde cilinder passen we de wet van Gauss (3.30) toe.

Om symmetrieredenen zal \vec{D} radiaal gericht zijn en konstant zijn over het cilinderoppervlak.

Uit (3.30) volgt dan:

$$Q = 2\pi r l D \quad (3.38)$$

Uit (3.19) en (3.38) volgt dan:

$$E = \frac{Q}{2\pi r \epsilon l} \quad (3.39)$$

Het potentiaalverschil tussen de cilinders wordt volgens (3.7) en (3.39):

$$V = \int_{R_1}^{R_2} E dr = \frac{Q}{2\pi \epsilon l} \ln \frac{R_2}{R_1} \quad (3.40)$$

Voor de capaciteit C volgt dan:

$$C = \frac{2\pi \epsilon l}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (3.41)$$

In fig. 3.15 is het veld van de cilinderkondensator aangegeven.

3.7 Breking van elektrische veldlijnen

We beschouwen het scheidingsvlak van de media 1 en 2 met relatieve diëlektricijtskonstanten ϵ_1 resp. ϵ_2 .

In fig. 3.16 en 3.17 zijn α_1 en α_2 de hoeken die de veldsterkte \vec{E} of diëlektrische verplaatsing \vec{D} in beide media maken met de normaal op het scheidingsvlak.

In fig. 3.16 bepalen we $\int \vec{E} \cdot d\vec{s}$ langs de gestippelde rechthoek. Hiervan is de korte zijde zo klein dat de bijdrage tot de integraal t.o.v. de bijdrage van de lange zijde met lengte l te verwaarlozen is.

Uit (3.6) volgt dat $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = 0$.

Toepassing geeft dus:

$$lE_1 \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1 \right) - lE_2 \cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha_2 \right) = 0$$

ofwel

$$E_1 \sin \alpha_1 = E_2 \sin \alpha_2 \quad (3.42)$$

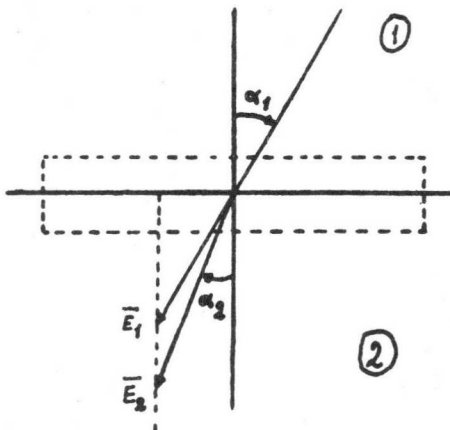


Fig. 3.16

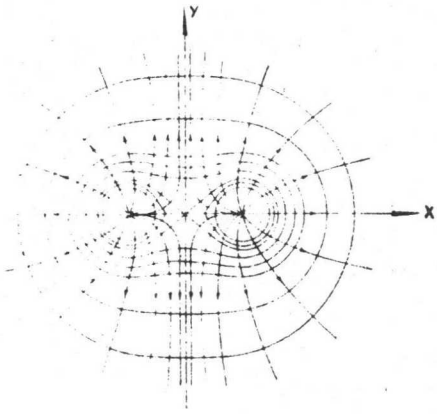


Fig. 3.9

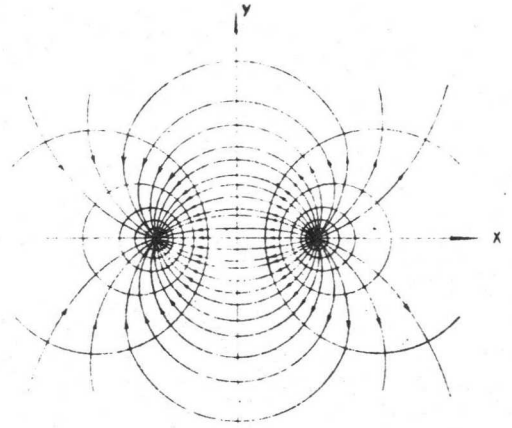


Fig. 3.10

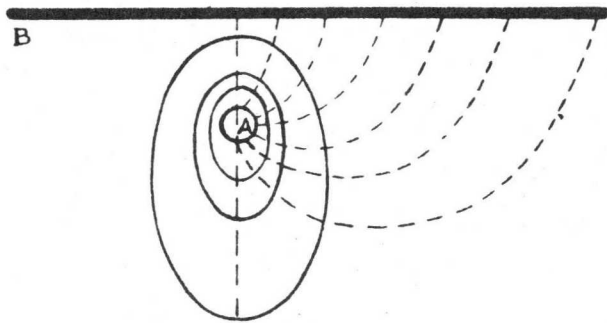


Fig. 3.11

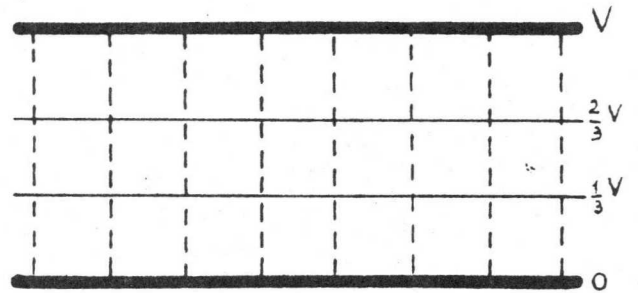


Fig. 3.12

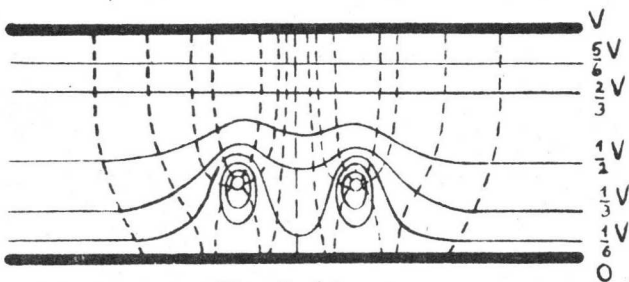


Fig. 3.13

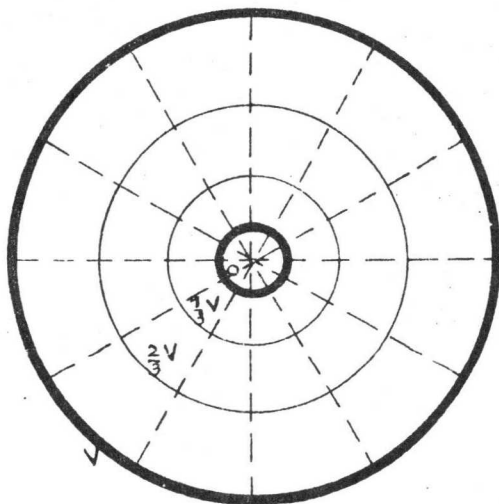


Fig. 3.14

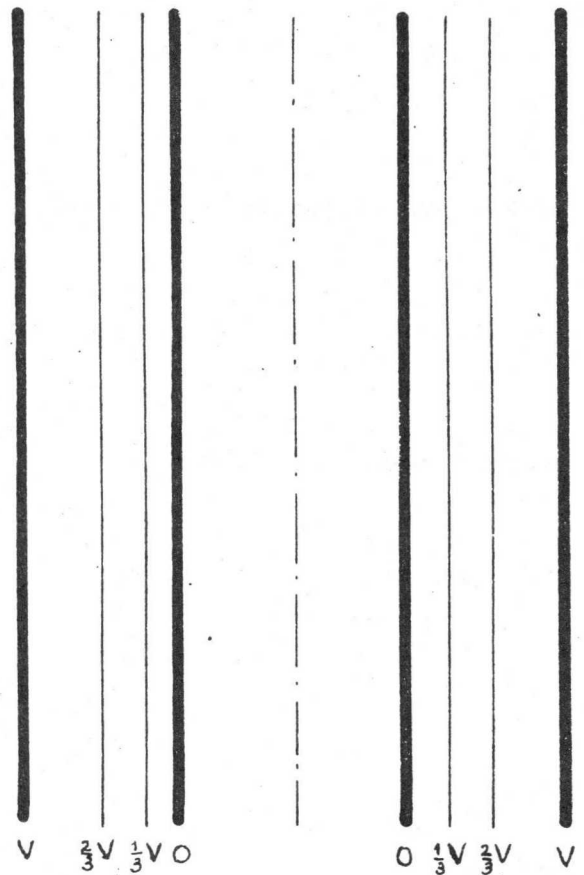


Fig. 3.15

Dit betekent dat aan het grensvlak van 2 media de tangentiële component van de veldsterkte continu is.

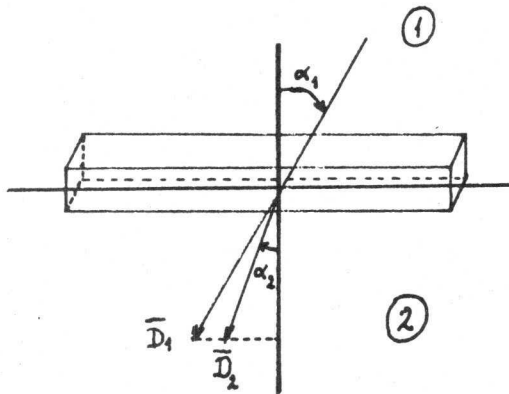


Fig. 3.17

In fig. 3.17 passen we de wet van Gauss (3.30) toe op het oppervlak van een doosvormige ruimte, waarbinnen zich geen lading bevindt. Boven- en ondervlak hebben een oppervlak S , terwijl we de andere oppervlakken zo klein kiezen dat ze geen bijdrage aan (3.30) leveren.

Uit (3.30) volgt nu:

$$D_1 S \cos(\pi - \alpha_1) + D_2 S \cos \alpha_2 = 0$$

ofwel:

$$D_1 \cos \alpha_1 = D_2 \cos \alpha_2 \quad (3.43)$$

Dit betekent dat aan het grensvlak van twee media de normale component van de diëlektrische verplaatsing continu is.

Uit (3.19), (3.42) en (3.43) volgt nu:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{E_2}{E_1} \cdot \frac{D_1}{D_2} = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (3.44)$$

In de voorgaande beschouwing is aangenomen dat zich op het grensvlak geen lading bevindt.

Is dit echter wel het geval dan blijft (3.42) gelden, terwijl de normale component van \vec{D} nu een diskontinuiteit vertoont.

Formule (3.43) gaat dan over in:

$$D_2 \cos \alpha_2 - D_1 \cos \alpha_1 = \sigma \quad (3.45)$$

Waarin σ de oppervlakteladingsdichtheid voorstelt.

3.8 De vergelijkingen van Poisson en Laplace

We beschouwen een punt P met coördinaten x , y en z in het centrum van een kleine kubus met zijden Δx , Δy en Δz (zie fig. 3.18).

De afmetingen van de kubus veronderstellen we zo klein, dat de ruimteladingsdichtheid ρ , dit is de lading per volume eenheid, hierin konstant is. De totale lading in de kubus stellen we Q .

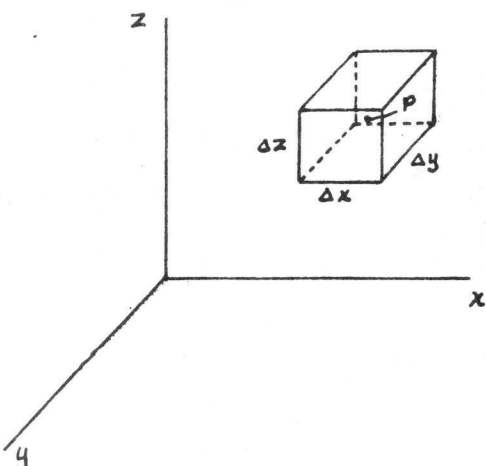


Fig. 3.18

Op deze kubus passen we de wet van Gauss toe (3.30). De diëlektrische verplaatsing in P wordt ontbonden in 3 componenten, D_x , D_y en D_z , evenwijdig aan het in fig. 3.18 aangegeven rechthoekige coördinatiesysteem.

De totale flux Ψ_x die uit de beide evenwijdig aan het y - z vlak gelegen zijvlakken treedt volgt uit

$$\Psi_x = \left\{ D_x \left(x + \frac{\Delta x}{2} \right) - D_x \left(x - \frac{\Delta x}{2} \right) \right\} \Delta y \Delta z$$

ofwel

$$\Psi_x = \Delta D_x \Delta y \Delta z.$$

Analoog wordt voor de totale flux Ψ_y resp. Ψ_z gevonden

$$\Psi_y = \Delta D_y \Delta x \Delta z$$

$$\Psi_z = \Delta D_z \Delta x \Delta y$$

Volgens de wet van Gauss geldt dus:

$$\Delta x \Delta y \Delta z \left(\frac{\Delta D_x}{\Delta x} + \frac{\Delta D_y}{\Delta y} + \frac{\Delta D_z}{\Delta z} \right) = Q \quad (3.46)$$

Voeren we de ruimteladingsdichtheid ρ in en gaan we tot het limietgeval over, dan gaat (3.46) over in:

$$\frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \rho \quad (3.47)$$

(In vektornotatie wordt het linkerlid van deze vergelijking de divergentie van \vec{D} genoemd, afgekort tot $\text{div. } \vec{D}$.)

In vacuum gaat (3.47) mb.v. (3.19) over in:

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.48)$$

Substitutie van (3.10) in (3.48) geeft ten slotte:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3.49)$$

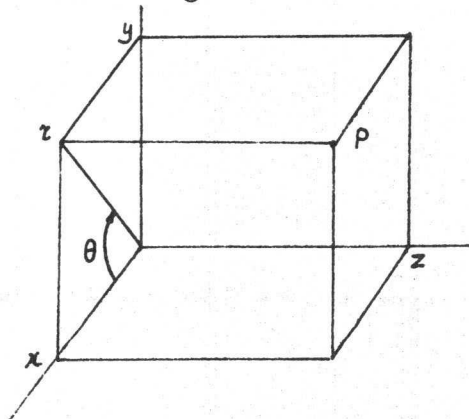
Dit is de z.g. vergelijking van Poisson.

(In vektornotatie is volgens (3.9): $\vec{E} = -\text{grad. } V$, zodat (3.49) ook geschreven kan worden als: $\text{div. grad. } V = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$.)

Voor het geval de beschouwde ruimte geen lading bevat, dus $\rho = 0$, gaat de vergelijking van Poisson over in de vergelijking van Laplace:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (3.50)$$

In vele gevallen worden cilinderkoördinaten gebruikt. Hierbij wordt



de positie van een punt P aangegeven door r , θ en z , zoals in fig. 3.19 is aangegeven. Uit deze figuur volgt direkt dat tussen de rechthoekige koördinaten x en y en de cilinderkoördinaten r en θ de volgende relaties bestaan:

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

In cilinderkoördinaten gaat (3.50) over in

Fig. 3.19

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \vartheta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

Is de potentiaal nu onafhankelijk van ϑ , het systeem dus rotatiesymmetrisch, dan gaat deze vergelijking over in:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (3.51)$$

Dit is de vergelijking van Laplace in cilindercoördinaten in een rotatiesymmetrisch veld.

De vergelijking van Laplace zullen we nu toepassen op 2 eenvoudige gevallen.

We beschouwen nogmaals de vlakke condensator uit fig. 3.12. We zien in dat in dit geval V slechts afhangt van de afstand van het beschouwde punt tot een van de platen. Duiden we deze afstand aan met x , dan vereenvoudigt (3.50) zich tot:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = 0.$$

Dit is een gewone differentiaalvergelijking van de tweede orde. Integratie hiervan leidt tot:

$$\frac{dV}{dx} = a = \text{konstant en dus volgt voor } V:$$

$$V = ax + b \quad (3.52)$$

De konstanten a en b zijn door de randvoorwaarden bepaald.

Is voor $x = 0$ $V = V_1 =$ potentiaal ene plaat en voor $x = d$ $V = V_2 =$ potentiaal andere plaat, dan kan eenvoudig worden afgeleid dat:

$$V = \frac{V_2 - V_1}{d} x + V_1 \quad (3.53)$$

Hieruit volgt dat de potentiaal V lineair afhankelijk is van x , zoals in 3.6.4 reeds was gebleken.

Als tweede voorbeeld beschouwen we het geval van de cilindercondensator uit 3.6.7, zie fig. 3.15.

Het is duidelijk dat dit geval zich leent voor toepassing van (3.51).

Zien we weer af van randeffekten, dan is V onafhankelijk van z en vereenvoudigt (3.51) zich tot:

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} = 0 \quad (3.54)$$

Na enig rekenwerk volgt:

$$V = a \ln r + b \quad (3.55)$$

De konstanten a en b zijn weer door de randvoorwaarden bepaald. Deze zijn: $V = V_1$ voor $r = R_1$ en $V = V_2$ voor $r = R_2$. Door substitutie hiervan in (3.55) kunnen a en b worden berekend waarmee de oplossing van (3.54) luidt:

$$V = V_1 + (V_2 - V_1) \frac{\ln \frac{r}{R_1}}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \quad (3.56)$$

3.9 Het oplossen van de vergelijking van Laplace

Bij de twee in 3.8 behandelde voorbeelden bleek het mogelijk volgens analytische methodes de vergelijking van Laplace op te lossen.

Bij willekeurige elektrodeconfiguraties blijkt deze methode echter te falen en moet men van andere methodes gebruik maken.

Hierbij springen de volgende algemene eigenschappen van de vergelijking van Laplace in het oog:

- 1) De oplossing is pas bepaald bij gegeven randvoorwaarden; zie de voorbeelden in 3.8.
- 2) De vergelijking is lineair.

Dit betekent dat wanneer φ_1 en φ_2 twee onafhankelijke oplossingen zijn, elke lineaire combinatie van φ_1 en φ_2 ook een oplossing is. We stellen de algemene oplossing voor door φ , waarbij dus met konstante A en B geldt:

$$\varphi = A \varphi_1 + B \varphi_2 \quad (3.57)$$

Van deze eigenschap maakt men vaak gebruik indien men de potentiaalverdeling voor een willekeurig aantal combinaties van een bepaald aantal elektrodespanningen wil berekenen.

Stel men heeft 4 elektrodes, b.v. een katode met potentiaal V_0 en 3 anodes met potentialen V_1 resp. V_2 resp. V_3 , waarbij V_1 , V_2 en V_3 willekeurig zijn.

De oplossingen φ_1 , φ_2 en φ_3 van de vergelijking van Laplace bij de volgende randvoorwaarden worden bekend verondersteld:

	V_0	V_1	V_2	V_3
Bij φ_1 hoort :	0	1	0	0
Bij φ_2 hoort :	0	0	1	0
Bij φ_3 hoort :	0	0	0	1

Dan volgt uit (3.57) dat de algemene oplossing voorgesteld kan worden door:

$$\varphi = V_1 \varphi_1 + V_2 \varphi_2 + V_3 \varphi_3 \quad (3.58)$$

3) De vergelijking is homogeen.

Dit betekent dat als $\varphi(x, y, z)$ of $\varphi(r, z)$ een oplossing is, dan is $\varphi(ax, ay, az)$ of $\varphi(ar, az)$ weer een oplossing.

Deze eigenschap stelt ons in staat een model van een potentiaalveld te maken op vergrote schaal door alle afmetingen van de elektrodes met eenzelfde faktor te vergroten.

Naast de analytische methode kunnen we nog ter oplossing van de vergelijking van Laplace de numerieke methode en de analoge methode noemen. Bij de numerieke methode bedient men zich van snel werkende elektronische rekenmachines waarbij men volgens een iteratieproces te werk gaat. Voor verdere gegevens wordt verwezen naar Lit. 23.

Van de analoge methodes noemen we:

- a) Het rubbervel, zie Lit. 24.
- b) Geleidend papier, zie Lit. 25.
- c) De elektrolytische trog, zie Lit. 26.
- d) Het weerstandsnetwerk, zie Lit. 27.

Bij rotatiesymmetrische systemen is voorts nog deze eigenschap van belang die zegt dat de potentiaal in een dergelijk systeem vastligt wanneer de aspotentiaal (en zijn afgeleiders naar z) gegeven is (zijn). Het bewijs van deze stelling volgt door de potentiaal $\varphi(r, z)$ in een reeks naar opklimmende machten van r te ontwikkelen volgens:

$$\varphi(r, z) = f_0(z) + r f_1(z) + r^2 f_2(z) + r^3 f_3(z) \quad (3.59)$$

waarin $f_0(z)$, $f_1(z)$ enz. nog nader te bepalen functies van z voorstellen.

Wordt (3.59) ingevoerd in (3.51) dan volgt na enig rekenwerk:

$$\varphi(r, z) = \phi(z) - \frac{r^2}{2^2} \phi''(z) + \frac{r^4}{2^2 \cdot 4^2} \phi^{IV}(z) - \frac{r^6}{2^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2} \phi^{VI}(z) \quad (3.60)$$

Hierin stelt $\phi(z)$ de aspotentiaal voor, terwijl $\phi''(z)$, $\phi^{VI}(z)$ en $\phi^{IV}(z)$ de 2e, 4e en 6e afgeleide van $\phi(z)$ naar z voorstellen.

Dat in (3.60) de termen met oneven machten voor r ontbreken, volgt onmiddellijk uit de overweging dat in een rotatiesymmetrisch systeem

$$\varphi(z, r) = \varphi(z, -r).$$

Uit (3.60) volgt voorts dat de potentiaal in de omgeving van de as berekend kan worden indien de potentiaal op de as bekend is.

Vaak zijn we alleen geïnteresseerd in het z.g. paraxiale gebied; dit is het gebied rondom de symmetrie-as waarin r klein is t.o.v. de radiale afmetingen van de veldvormende elektroden.

In het gebied volgt uit (3.10) en (3.60):

$$E_r = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} = + \frac{r}{2} \phi''(z) \quad (3.61)$$

De radiale komponent van de veldsterkte is dus nabij de as evenredig met de afstand tot de as.

Nu is $\phi''(z) = \frac{d}{dz} \left(\frac{d\phi}{dz} \right) = - \frac{d E_z}{dz} \approx - \frac{dE(z)}{dz}$, zodat (3.61) overgaat in:

$$E_r = - \frac{r}{2} \frac{d E(z)}{dz} \quad (3.62)$$

Hoofdstuk 4 Het stationnaire magnetische veld

4.1 Inleiding tot het veldbegrip

Bij de beschrijving van de elektrostatische verschijnselen en het elektrostatische veld hebben we steeds ladingen in rust beschouwd. We zullen ons thans bezig houden met de verschijnselen die samenhangen met bewegende elektrische ladingen in geleiders.

Beschouwen we als voorbeeld twee oneindig lange evenwijdige geleiders op afstand r van elkaar waardoor de stromen i_1 resp i_2 gaan. In dit geval oefent de ene geleider op een stuk ter lengte l van de tweede geleider een kracht uit waarvan de grootte volgt uit:

$$K = \mu_0 / \mu_r \frac{i_1 i_2 l}{2\pi r} \quad (4.1)$$

Deze kracht staat loodrecht op de geleiders en is gelegen in het vlak van de geleiders

In deze formule stelt μ_r een konstante voor die afhangt van het medium waarin de geleiders zich bevinden. Deze konstante is de verhouding tussen de kracht die twee geleiders in vacuüm op elkaar uitoefenen en die welke zij in het betreffende medium op elkaar uitoefenen.

In vacuüm is μ_r , die de relatieve magnetische permeabiliteit wordt genoemd, gelijk aan 1.

De grootte μ_0 is een evenredigheidskonstante, de z.g. magnetische permeabiliteit van het vacuüm, die van de keuze der eenheden afhangt.

In het Giorgi eenhedenstelsel is $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Volt sek}}{\text{Ampère meter}}$.

De door (4.1) uitgedrukte krachtwerking tussen bewegende ladingen kan naar analogie met de krachtwerking tussen statische ladingen worden beschreven met behulp van het begrip magnetisch veld. Deze wijze van beschouwing levert grote voordelen op bij de beschrijving van de verschijnselen zowel als bij de formulering van de wetmatigheden.

Naar analogie van het in 3.1 gestelde met betrekking tot het elektrische veld zegt men dat in een ruimte een magnetisch veld bestaat indien een in deze ruimte geplaatste stroomvoerende geleider een kracht ondervindt.

Hebben we bij het elektrische veld de elektrische veldsterkte \vec{E} en diëlektrische verplaatsing \vec{D} ingevoerd, bij het magnetische veld zullen we de magnetische veldsterkte \vec{H} en de magnetische inductie \vec{B} tegenkomen. Verandert een magnetisch veld niet met de tijd dan spreken we van een stationnair magnetisch veld.

4.2 Induktie en veldsterkte

Een magnetisch veld is gekarakteriseerd door de z.g. magnetische inductie \vec{B} . Deze vektor hangt als volgt samen met de kracht \vec{K}_1 die in dit veld op een stroomvoerende geleider van een lengte l wordt uitgeoefend:

$$\vec{K}_1 = l (\vec{i} \times \vec{B}) \quad (4.2)$$

Hierin is \vec{i} de stroomsterkte in de geleider, die gericht is volgens de as van de geleider.

Is N het aantal vrije elektronen in de geleider per lengte-eenheid, e de lading van een elektron en \vec{v} de driftsnelheid van de elektronen in de geleider, dan geldt:

$$\vec{i} = N e \vec{v} \quad (4.3)$$

Substitutie van (4.3) in (4.2) geeft voor de kracht die op $l.N$ elektronen werkt:

$$\vec{K}_1 = l N e (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (4.4)$$

Op één elektron werkt dus een kracht:

$$\vec{K} = e (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (4.5)$$

Deze kracht is de a.g. Lorentzkracht.

Volgens (1.7) staat \vec{K} loodrecht op \vec{v} zowel als op \vec{B} en is als een rechtse schroef toegevoegd aan de beweging van \vec{v} naar \vec{B} over de kleinste hoek.

Zoals we nog zullen zien veroorzaakt de stroom door de geleider ook een magnetisch veld. In formules (4.2), (4.4) en (4.5) wordt onder \vec{B} echter alleen de oorspronkelijke inductie verstaan. Vergelijk dit ook met de overeenkomstige situatie in het elektrische veld. Onder een veldlijn in het magnetische veld, ook wel inductielijn genoemd, verstaan we een lijn waarvan in elk harer punten de richting der raaklijn samenvalt met de richting van de magnetische inductie.

In het elektrische veld zijn de grootheden \vec{E} en \vec{D} ingevoerd.

Ook in het magnetische veld kan een veldsterkte worden gedefinieerd. Dit is een vektor die dezelfde richting heeft als \vec{B} en aangegeven wordt door \vec{H} .

Tussen \vec{H} en \vec{B} bestaat de betrekking:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H} \quad (4.6)$$

Soms wordt $\mu_0 \mu_r$ geschreven als μ ; we spreken dan van de magnetische permeabiliteit.

4.3 Enkele belangrijke eigenschappen

4.3.1 Kringintegraal van de magnetische veldsterkte

In het stationnaire magnetische veld geldt de eigenschap dat de kringintegraal van de magnetische veldsterkte langs een gesloten kromme gelijk is aan de totale door deze kromme omvatte stroom. Dit wordt uitgedrukt door:-

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = i \quad (4.7)$$

Voor het geval dat de kromme zich N maal rond de stroomdraad wikkelt, wordt i in (4.7) vervangen doot $N i$.

We zullen (4.7) bewijzen voor het geval van 2 oneindig lange stroomvoerende geleiders.

Deze geleiders oefenen een kracht op elkaar uit, die door (4.1) is gegeven.

De kracht op geleider 1 kan echter ook opgevat worden als het gevolg van het magnetische veld van geleider 2.

Stellen we de inductie van dit veld voor door \vec{B}_2 , dan werkt er op een lengte l van geleider 1 een kracht, die volgens (4.2) volgt uit:

$$\vec{K} = l(\vec{i}_1 \times \vec{B}_2) \tag{4.8}$$

Nu is deze kracht ook gelijk aan K uit formule (4.1) waarbij volgens het gestelde in 4.1 K gericht is loodrecht op de geleiders en gelegen is in het vlak van de geleiders.

Volgens de definitie van het vektorprodukt, zie (1.7), moet \vec{B}_2 dus ook loodrecht op de geleiders staan. Om symmetrieredenen moeten de inductielijnen van dit veld dus de raaklijnen zijn van cirkels, concentrisch met geleider 2.

Vergelijken we (4.8) met (4.1) nader, dan volgt:

$$B_2 = \frac{\mu_0 \mu_r i_2}{2\pi r} \tag{4.9}$$

Uit (4.6) en (4.9) volgt dus voor H :

$$H = \frac{i}{2\pi r} \tag{4.10}$$

Bepalen we nu langs een inductielijn de kringintegraal volgens (4.7), waarbij \vec{H} en $d\vec{s}$ steeds dezelfde richting hebben, dan volgt:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = H \cdot 2\pi r \tag{4.11}$$

Substitutie van (4.10) in (4.11) geeft tenslotte weer (4.7).

4.3.2 Oppervlakte-integraal van de magnetische inductie

Onder de fluxdichtheid $d\psi$ in het magnetische veld verstaat men:

$$d\psi = \vec{B} \cdot d\vec{S} \tag{4.12}$$

Hierin is $d\vec{S}$ een vektor in de richting van de naar buiten wijzende normaal op een gesloten oppervlak.

Onder de totale flux ψ verstaat men de oppervlakte-integraal van $d\psi$ over een gesloten oppervlak, ofwel:

$$\psi = \oint \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} \tag{4.13}$$

Beschouwen we nu een lange solenoïde waardoor een konstante stroom vloeit, dan ontstaat er binnen in de solenoïde een homogeen magnetisch veld

In dit homogene veld is \vec{B} konstant en gericht volgens de symmetrie-as van de solenoïde.

Beschouwen we nu een gesloten oppervlak, gevormd door inductielijnen en verder afgesloten door twee vlakjes loodrecht op de inductielijnen, dan is eenvoudig in te zien dat de integraal (4.13) voor dit oppervlak nul wordt. Ook voor het veld van een oneindig lange rechte stroomgeleider, gegeven door (4.6) en (4.10), geldt voor een overeenkomstig oppervlak als bij het eerste voorbeeld dat de totale flux nul is.

Uit uitvoeriger berekeningen blijkt deze stelling te gelden voor een gesloten oppervlak van willekeurige vorm.

In het stationnaire magnetische veld geldt dus dat de totale flux over een gesloten oppervlak steeds nul is, ofwel:

$$\Psi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 \quad (4.14)$$

4.3.3 Magnetische eenheden

De magnetische inductie B heeft in het Giorgi-eenhedenstelsel geen aparte naam gekregen. Voor de gebruikelijke eenheid in het cm g sec eenhedenstelsel, de Gauss, geldt:

1 Giorgi eenheid van inductie = 10^4 Gauss.

De magnetische flux Ψ heeft in het Giorgi eenhedenstelsel de naam Weber verkregen. Uit (4.12) volgt dus dat de Giorgi-eenheid van inductie 1 Weber per m^2 bedraagt.

Evenals de inductie heeft ook de magnetische veldsterkte in het Giorgi stelsel geen aparte naam gekregen. Uit 4.7 volgt echter dat de Giorgi eenheid van magnetische veldsterkte gelijk is aan Ampère per m. De gebruikelijke eenheid van H in het cm g sec eenhedenstelsel is de Oersted, waarbij:

$$1 \text{ Giorgi eenheid} = \frac{4\pi}{10^3} \text{ Oersted.}$$

Hoofstuk 5

Elektronenoptika

5.1 Fundamentele eigenschappen

De elektronenoptika houdt zich bezig met de beweging van geladen deeltjes in elektrische en magnetische velden. In zeer vele elektronenbuizen hebben we hier in enigerlei vorm mee te maken; zeer speciaal komt dit echter naar voren bij de katodestraalbuizen, opnamebuizen, elektronen mikroskopen, lopende golf buizen, fotovermenigvuldigers, beeldversterkers, magnstrons, klystrons, cyclotrons, massaspectrograven, e.d.

De beweging van geladen deeltjes, we zullen meestal alleen elektronen beschouwen, blijkt in zekere opzichten analoog te verlopen aan de beweging van lichtstralen, vandaar de naam elektronenoptika.

We beschouwen nu eerst een eenvoudig geval, nl. een vlakke katode op potentiaal nul en op afstand d een hieraan evenwijdige anode met potentiaal V_a . De richting loodrecht op katode en anode noemen we de z-richting.

Tussen katode en anode ontstaat een homogeen elektrostatisch veld, zie 3.6.4.

De kracht K die het veld op een elektron uitoefent volgt uit (3.1), door Q te vervangen door -e, en uit (3.10):

$$K = -e E = e \frac{dV}{dz} \tag{5.1}$$

Hierin stelt e de lading van het elektron voor. (e = 1,6019 10⁻¹⁹ Coulomb).

Deze kracht geeft aan het elektron een versnelling a volgens Newton, zie (1.8), zodat geldt:

$$m a = e \frac{dV}{dz} \tag{5.2}$$

Nu geldt volgens (1.1) en (1.2):

$$v = \frac{dz}{dt} ; a = \frac{dv}{dt} \tag{5.3}$$

Door eliminatie van de tijd volgt uit (5.2) en (5.3):

$$v dv = \frac{e}{m} dV \tag{5.4}$$

Stellen we nu aan de katode (z = 0): v = v₀, dan leidt integratie van (5.4) tot:

$$\int_{v_0}^v v dv = \frac{e}{m} \int_0^V dV \tag{5.5}$$

ofwel
$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = e V \tag{5.6}.$$

Deze formule is niets anders dan de wet tot behoud van energie in het elektrostatische veld, zoals we reeds in (3.3.2) zijn tegengekomen en die zegt dat de toename van de kinetische energie

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 \text{ gelijk is aan de afname van de potentiële energie}$$

e V; (deze is in dit geval aan de katode nul).

De energie die het elektron heeft opgenomen is afkomstig uit het veld.

Zou het elektron zijn baan aan de anode beginnen in de richting van de krachtlijnen, dan geeft het elektron weer energie af aan het veld en wordt zelf vertraagd.

Met formule (5.6) kunnen we de elektronensnelheid i.p.v. door v in m/sek ook uitdrukken in elektronvolts; dit is dus het potentiaal verschil die een elektron zou moeten doorlopen om van een snelheid nul op de snelheid v te komen.

Ook de beginsnelheid v_0 kan in een equivalente spanning φ_0 worden uitgedrukt volgens:

$$\varphi_0 = \frac{m v_0^2}{2 e} \quad (5.7)$$

Formule (5.6) gaat dan over in:

$$\frac{1}{2} m v^2 = e (V + \varphi_0) \quad (5.8)$$

De waarde van φ_0 is bij thermische emissie in de orde van 0,1 volt, bij foto-emissie 1 volt en bij secundaire emissie in de orde van 10 volt.

Opgemerkt moet nog worden dat m in de voorgaande formules geen konstante is, doch volgens de relativiteitsteorie volgt uit:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5.9)$$

Hierin is m_0 de z.g. rustmassa ($m_0 = 0,9107 \cdot 10^{-30}$ kg) en c de lichtsnelheid ($c = 2,9979 \cdot 10^8$ m/sek).

Voor een elektron dat een potentiaalverschil V heeft doorlopen volgt de snelheid volgens het voorgaande uit:

$$v = \sqrt{\frac{2e (V + \varphi_0)}{m}} \quad (5.10)$$

In onderstaande tabel is voor het geval $\varphi_0 = 0$ voor verschillende waarden van V de snelheid van een elektron aangegeven, die volgt door in (5.10) voor m te substitueren m_0 , resp. de massa uit (5.9) volgt. Tevens is het procentuele verschil aangegeven.

V Volt	v ₁ voor m = m ₀ m/sek	v ₂ m volgens (5.10) m/sek.	$\frac{v_1 - v_2}{v_1} \times 100\%$ %
0,01	5,93 10 ⁴	5,93 10 ⁴	0
0,1	1,88 10 ⁵	1,88 10 ⁵	0
1	5,93 10 ⁵	5,93 10 ⁵	0
10	1,88 10 ⁶	1,88 10 ⁶	0
100	5,93 10 ⁶	5,93 10 ⁶	0
1000	1,88 10 ⁷	1,88 10 ⁷	0
5000	4,20 10 ⁷	4,17 10 ⁷	0,7
7000	4,98 10 ⁷	4,91 10 ⁷	1,0
10,000	5,93 10 ⁷	5,85 10 ⁷	1,6
50,000	13,27 10 ⁷	12,37 10 ⁷	6,8
100,000	18,76 10 ⁸	16,44 10 ⁷	13,4

Uit deze tabel volgt dat vanaf ongeveer 7 kV afwijkingen van meer dan 1% optreden.

Bij elektronenmikroskopen en röntgenbuizen, waar spanningen tot boven de 100 kV gebruikt worden, is de invloed van de relativistische correctie beslist niet meer te verwaarlozen

Uit het voorgaande volgt zonder meer dat in een homogeen veld waar het elektron zijn baan loodrecht op de katode begint, het elektron een rechte baan zal beschrijven. Verder is er nog maar één ander geval denkbaar waar dit gebeurt, nl. in een z.g. veldvrije ruimte, waar de veldsterkte nul is, en er dus geen elektrische krachten werkzaam zijn. In alle andere gevallen volgen de elektronen kromme banen zoals nader aangetoond zal worden.

5.2 Analogie tussen elektronenoptika en lichtoptika

We beschouwen 2 ruimten met potentialen V₁ resp. V₂.

In ruimte 1 beweegt een elektron zich naar de dunne scheidingswand S die de beide ruimten scheidt; zie fig. 5.1.

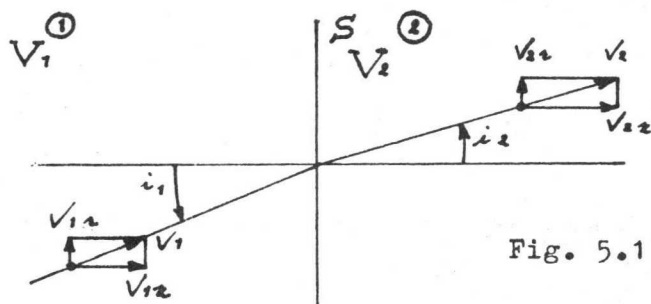


Fig. 5.1

Volgens (5.6) geldt:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} m v_1^2 &= e V_1 \\ \frac{1}{2} m v_2^2 &= e V_2\end{aligned}\tag{5.11}$$

hierin is v_1 resp. v_2 de snelheid van het elektron in de ruimte 1 resp. 2.

Uit (5.11) volgt:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}}\tag{5.12}$$

Uitsluitend tijdens het passeren van de scheidingswand werkt er op het elektron een kracht.

Deze kracht is gericht langs de normaal op S, de z-richting, immers volgens (3.10) is in het vlak van S (de r-richting) de veldsterkte nul.

Hieruit volgt dat alleen de snelheidskomponent in z-richting aan de scheidingswand zal veranderen; dus geldt:

$$v_{1z} = v_{2z}\tag{5.13}$$

Maakt de richting van de baan vóór resp. na het passeren van S een hoek i_1 resp. i_2 met de normaal op S, dan volgt:

$$v_1 \sin i_1 = v_2 \sin i_2\tag{5.14}$$

Uit (5.12) en (5.14) volgt dan:

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \sqrt{\frac{V_1}{V_2}}\tag{5.15}$$

Nu geldt voor de breking van lichtstralen op het grensvlak van twee media de bekende wet van Snellius:

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{v_1}{v_2} = \frac{n_1}{n_2}\tag{5.16}$$

waarin v resp n de voortplantingssnelheid resp. brekingsindex in het betreffende medium is en i_1 en i_2 de hoeken zijn die de lichtstraal maakt met de normaal op het grensvlak.

Op basis van (5.15) en (5.16) kunnen we dus in de elektronenoptika een brekingsindex definiëren volgens:

$$n \therefore \sqrt{V}\tag{5.17}$$

of in woorden:

In de elektronenoptika is de brekingsindex evenredig met de wortel uit de potentiaal.

Onderbreken we hier de beschrijving van de analogie tussen elektronenoptika en lichtoptika, dan kunnen de volgende belangrijke verschillen worden genoemd:

- 1) De brekingsindex verloopt niet sprongsgewijs maar continu. Het medium is altijd hetzelfde in tegenstelling tot de lichtoptika waar men materialen met verschillende optische eigenschappen kan gebruiken. De buiging van een lichtstraal treedt slechts op bij het grensvlak tussen 2 media of door transmissievariatiën in het medium. Elektrische (en magnetische) velden werken op de gehele elektronenstraal waardoor deze gewoonlijk gebogen is met een variërende kromtestraal.
- 2) Bij elektronenbundels treedt door de ruimtelading een afstotende werking op tussen de elektronen, waardoor het baanverloop beïnvloedt wordt. Bij lichtstralen is een analoog effect afwezig.
- 3) In 3.9 hebben we gezien dat bij rotatiesymmetrische systemen de potentiaal vastligt wanneer de aspotentiaal (en zijn afgeleiders naar z) gegeven is (zijn). Hieruit volgt dat de kromming van de aequipotentiaalvlakken niet onafhankelijk van het verloop van de aspotentiaal (= variatie brekingsindex) gekozen kan worden. In de lichtoptika zijn de kromming van de brekende oppervlakken en de brekingsindex binnen zekere grenzen wel onafhankelijk te kiezen, waardoor o.a. bepaalde aberraties opgeheven kunnen worden.

5.3 Konstruktie van elektronenbanen in het elektrostatische veld

Beschouwd wordt een elektrostatisch veld waarin de aequipotentiaalvlakken gegeven zijn, zie V_1 , V_2 en V_3 in fig. 5.2.

We denken dit veld verdeeld in gebiedjes van konstante potentiaal. Voor de potentiaal van elk gebiedje nemen we de gemiddelde potentiaal tussen de aequipotentiaalvlakken die het gebiedje begrenzen.

Alleen bij het passeren van een aequipotentiaallijn zal de elektronenstraal gebroken worden volgens (5.15). Indien de elektronenstraal QP in het gebiedje tussen V_1 en V_2 gegeven is, dan volgt de breking in P uit:

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \sqrt{\frac{\frac{1}{2}(V_1+V_2)}{\frac{1}{2}(V_2+V_3)}} \quad (5.18).$$

De richting van PR kan gekonstrueerd worden door met P als middelpunt 2 cirkels te konstrueren met stralen R_1 en R_2 , zodanig dat:

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{V_1+V_2}{V_2+V_3}} \quad (5.19)$$

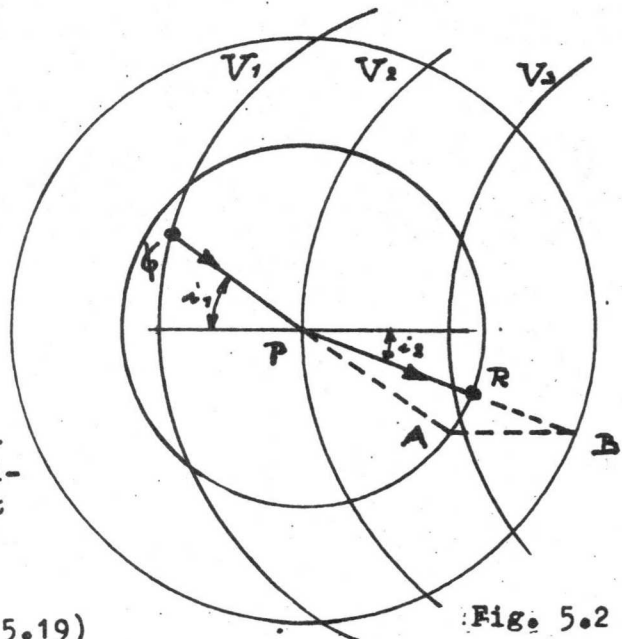


Fig. 5.2

We verlengen QP nu totdat deze lijn de cirkel met straal R_1 snijdt in A en trekken in dit snijpunt een lijn evenwijdig aan de normaal in P op het aequipotentiaalvlak V_2 . Deze lijn snijdt de cirkel met straal R_2 in B . De lijn PB maakt nu met de normaal in P een hoek i_2 die voldoet aan (5.18), zodat de elektronenstraal PR in het gebiedje $V_2 - V_3$ bepaald is.

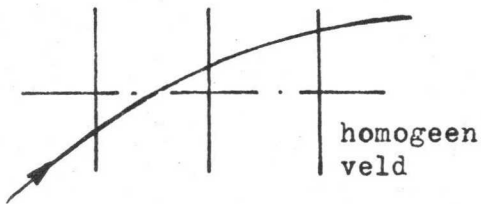
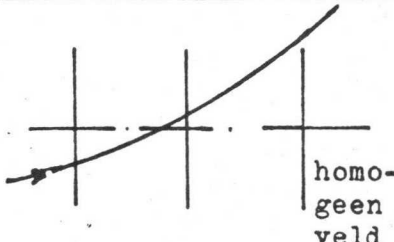
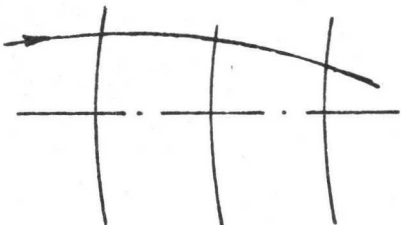
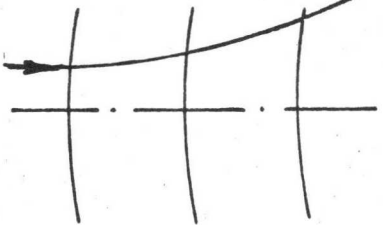
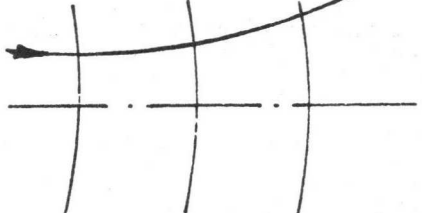
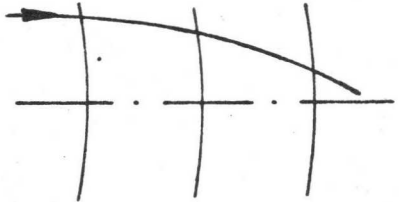
De nauwkeurigheid van deze baanbepaling hangt o.a. af van de nauwkeurigheid waarmee de normaal op de aequipotentiaalvlakken bepaald kan worden en door het aantal gebiedjes waarin men het veld heeft verdeeld. Het probleem bij deze konstruktie van de baan is steeds dat alle fouten gesommeerd worden.

Uit de konstruktie van fig. 5.2 volgt dat als $V_3 > V_2 > V_1$, het veld dus versnellend is, elektronenbanen aan een aequipotentiaalvlak naar de normaal toe worden gebroken. In een vertragend veld zullen elektronenbanen van de normaal af worden gebroken.

Het is in een dergelijk geval zelfs mogelijk dat er totale reflectie optreedt.

Het is nu duidelijk dat uit de vorm van de aequipotentiaalvlakken kwalitatief de invloed van het veld op een elektronenbundel kan worden nagegaan.

We beschouwen hiertoe een rotatiesymmetrisch elektrostatisch veld. Evenwijdig aan de as van rotatiesymmetrie wordt een elektronenstraal dit veld ingeschoten. In een homogeen veld verandert er aan de elektronenstraal niets, alleen de snelheid van het elektron verandert. De baan van een elektron dat een zekere hoek met de as maakt, wordt echter wel gebroken. Vergelijk dit met de breking van een lichtstraal door een planparallele plaat. In de volgende tabel wordt een overzicht gegeven van dit baanverloop bij enkele grondvormen van rotatiesymmetrische elektrostatische velden.

Versnellend veld	Vertragend veld
 <p data-bbox="635 1444 782 1512">homogeen veld</p>	 <p data-bbox="1276 1444 1364 1534">homogeen veld</p>
	
	

5.4 Eigenschappen van rotatiesymmetrische elektrostatische velden

Rotatiesymmetrische elektrostatische velden hebben voor elektronenbundels lenseigenschappen; d.w.z. dat we afbeeldingen kunnen maken met elektronen, zoals een optische lens met lichtstralen.

Om dit nader te bewijzen, beschouwen we de elektronenbaan in zo'n rotatiesymmetrisch elektrostatisch veld eerst eens wat nader.

We beperken ons in eerste instantie tot het paraxiale gebied, dit is het gebied rondom de as van rotatiesymmetrie waarin de radiale afstand klein is t.o.v. de radiale afmetingen van de veldvormende elektroden en de elektronenbanen met de as een zo kleine hoek α maken dat $\sin \alpha \approx \text{tg} \alpha \approx \alpha$.

5.4.1 De paraxiale baanvergelijking

In het paraxiale gebied werken op het elektron twee krachten.

a) axiale kracht K_z , met

$$K_z = e \phi'(z) \quad (5.20)$$

waarin $\phi'(z)$ de afgeleide van de aspotentiala naar z is.

Deze kracht kan versnellend of vertragend op een elektron werken, al naar gelang $\phi'(z)$ positief of negatief is.

b) radiale kracht K_r , met

$$K_r = e \frac{\partial \psi(r, z)}{\partial r} \quad (5.21)$$

Nu volgt uit (3.60) in het paraxiale gebied:

$$\frac{\partial \psi(r, z)}{\partial r} = -\frac{r}{2} \phi''(z) \quad (5.22)$$

zodat (5.21) overgaat in:

$$K_r = -e \frac{r}{2} \phi''(z) \quad (5.23)$$

Is $\phi''(z) > 0$, dan zal de elektronenbaan naar de as toe worden bewogen; het veld werkt dus konvergerend.

Is $\phi''(z) < 0$, dan werkt het veld divergerend.

Is $\phi''(z) = 0$, dan is het veld homogeen.

Wordt met een punt boven een symbool een differentiaalquotient naar de tijd aangeduid, en met een accent een afgeleide naar z, dan kunnen (5.22) en (5.23) worden omgewerkt tot de bewegingsvergelijkingen:

$$\ddot{z} = \frac{e}{m} \phi' \quad (5.24)$$

en

$$\ddot{r} = -\frac{er}{2m} \phi'' \quad (5.25)$$

Door uit deze vergelijkingen de tijd te elimineren, ontstaat de paraxiale baanvergelijking, die luidt:

$$4 \phi r'' + 2 \phi' r' + \phi'' r = 0 \quad (5.26)$$

Dit is een lineaire, homogene differentiaalvergelijking van de 2e orde. Alleen in enkele eenvoudige gevallen kan deze vergelijking expliciet worden opgelost. In alle andere gevallen bedient men zich van numerieke methoden.

De volgende eigenschappen van de paraxiale baanvergelijking kunnen worden genoemd.

- 1) De vergelijking heeft 2 onafhankelijke oplossingen r_1 en r_2 , waartussen de relatie bestaat:

$$r_1 \cdot r_2' - r_2 \cdot r_1' = C \sqrt{\frac{\phi_0}{\phi}} \quad (5.27)$$

Hierbij is ϕ_0 de aspotentiala in het beginvlak van de banen en C een konstante die van de beginvoorwaarden afhangt.

- 2) Uit de homogeniteit van (5.26) volgt dat de algemene oplossing wordt gegeven door:

$$r = A r_1 + B r_2 \quad (5.28)$$

waarin A en B willekeurige konstanten zijn.

Uit deze eigenschap volgt ook dat de vorm van de elektronenbanen niet verandert wanneer ϕ met een konstante faktor wordt vermenigvuldigd.

5.4.2 De lenswerking

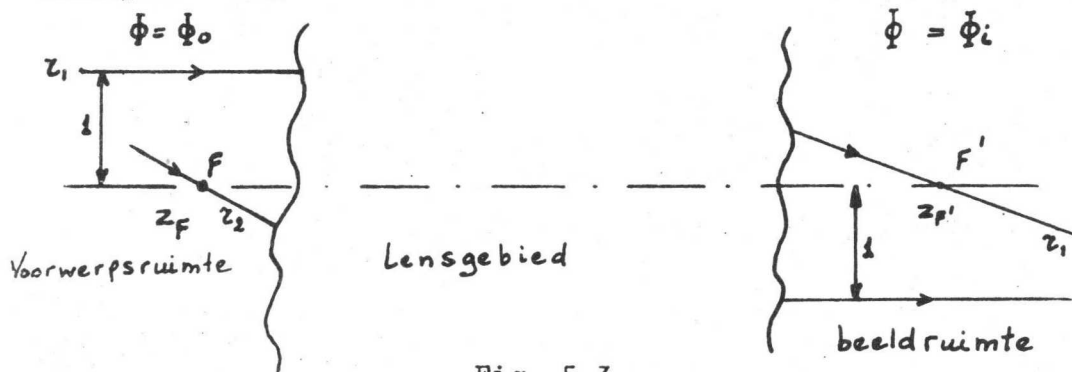


Fig. 5.3

In fig. 5.3 is in een zeker gebied een rotatiesymmetrisch elektrostatisch veld aanwezig, links van dit gebied definiëren we de voorwerpsruimte met konstante potentiaal ϕ_0 (o = object) en rechts ervan de beeldruimte met konstante potentiaal ϕ_i (i = image). We nemen aan dat het systeem konvergent is (vrijwel alle rotatiesymmetrische elektrostatische velden zijn konvergent).

De beginvoorwaarden van de onafhankelijke oplossingen van (5.26) kiezen we nu als volgt:

Voor $r_1(z)$ geldt in de voorwerpsruimte:

$$\begin{aligned} r_1(z) &= 1, \\ r_1'(z) &= 0 \end{aligned} \quad (5.29)$$

De uittredende baan in de beeldruimte zal in het algemeen de as ergens snijden; in F' met coördinaat $z_{F'}$. In dit punt geldt dus:

$$r_1(z_{F'}) = 0 \quad (5.30)$$

Uit (5.28) volgt, met $B = 0$) voor een dergelijke straal:

$$r(z) = r_0 r_1(z) \quad (5.31)$$

zodat voor $z = z_{F'}$, met (5.30) inderdaad blijkt dat $r(z_{F'}) = 0$.

Alle stralen die in de voorwerpsruimte op een afstand r_0 evenwijdig aan de as lopen, snijden elkaar dus in F .

Naar analogie van de lichtoptika kunnen we dus zeggen dat een elektronenoptisch voorwerp in het oneindige, wordt afgebeeld in één punt; dit punt wordt het beeldbrandpunt F' genoemd.

Voor $r_2(z)$ kiezen we de volgende beginvoorwaarden in de beeldruimte:

$$\left. \begin{aligned} r_2(z) &= -1 \\ r_2'(z) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.32)$$

In het algemeen zal deze straal de as in de voorwerpsruimte ergens gesneden hebben in een punt F met coördinaat z_F . Op analoge wijze als voor $r_1(z)$ kan bewezen worden dat alle stralen die in de beeldruimte evenwijdig aan de as verlopen, elkaar in F gesneden moeten hebben. We noemen het punt F daarom het voorwerpsbrandpunt. Dat de stralen $r_1(z)$ en $r_2(z)$ inderdaad onafhankelijk zijn, is eenvoudig in te zien.

We hebben dus nu de lenswerking van een voorwerp in het oneindige bewezen.

Voor ieder ander punt in de voorwerpsruimte geldt echter ook dat dit punt kan worden afgebeeld in één punt in de beeldruimte; het bewijs laten we achterwege.

5.5 Algemene lens-eigenschappen

Nu de lenswerking van rotatiesymmetrische elektrostatische velden in principe is aangetoond, zullen nu enkele lensgrootheden worden ingevoerd. Het verband dat tussen deze grootheden bestaat, zal, meestal zonder bewijs, worden besproken.

We gaan hiertoe uit van fig. 5.4, waarin r_1 en r_2 zijn aangegeven als in fig. 5.3.

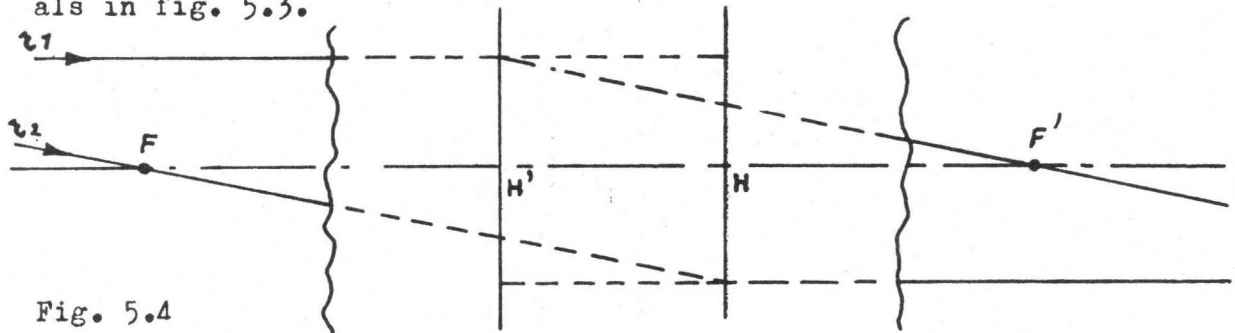


Fig. 5.4

Hierin verlengen we de stralen r_1 en r_2 tot in het lensgebied. De vlakken H en H' die zo ontstaan worden het voorwerps- resp. beeldhoofdvlak genoemd. De afstanden tussen de respectievelijke snijpunten van de hoofdvlakken met de as en de brandpunten worden de brandpuntsafstanden genoemd. Indien de afstand tussen H en H' klein is t.o.v. de brandpuntsafstanden noemen we de lens dun. We onderscheiden een beeld-brandpuntsafstand f' en een voorwerps-brandpuntsafstand f .

Tussen f en f' bestaat, evenals in de lichtoptika een verband, dat uit (5.27) kan worden afgeleid. Zonder bewijs geven we het resultaat:

$$\sqrt{\frac{f}{\Phi_0}} = \sqrt{\frac{f'}{\Phi_1}} \quad (5.33)$$

Deze formule komt in de lichtoptika overeen met de formule:

$$\frac{f}{n} = \frac{f'}{n'}$$

zodat ook hiermit weer blijkt dat in de elektronenoptika de brekingsindex evenredig is met de wortel uit de potentiaal; zie ook (5.17).

Beschouwen we thans in fig. 5.5 een punt P gelegen op een afstand s van H op een afstand r_0 van de as, dan wordt dit punt afgebeeld in een punt P', gelegen op een afstand s' van H' op een afstand r_1 van de as.

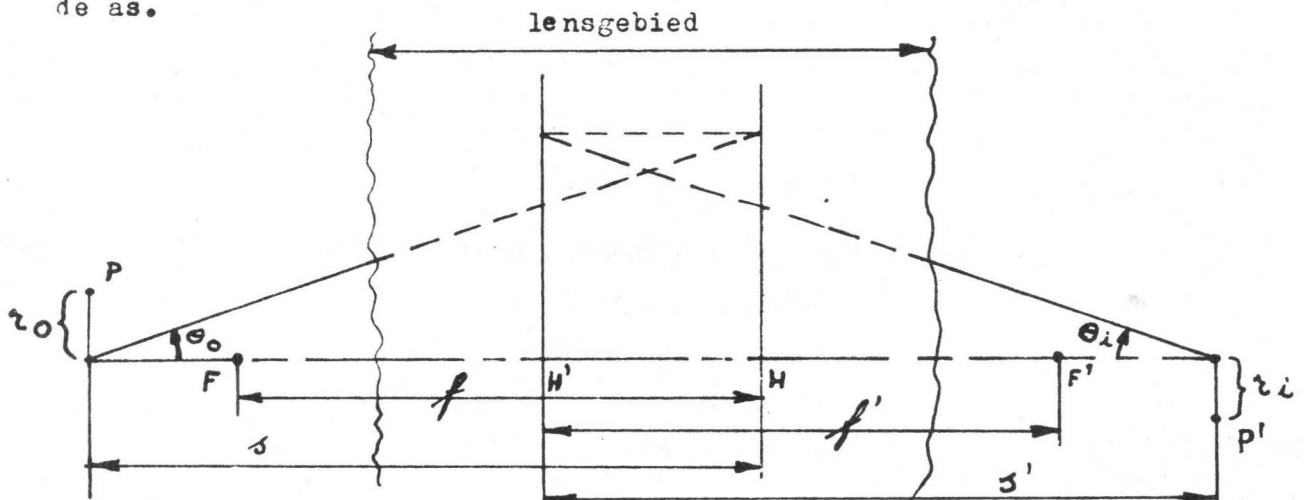


Fig. 5.5

Voor deze afbeelding geldt de afbeeldingsvergelijking van Newton:

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1 \quad (5.34)$$

Evenals in de lichteoptika maken we onderscheid tussen reële en virtuele beelden en voorwerpen. Hiervoor geldt:

reëel voorwerp resp. beeld : $s > 0$ resp. $s' > 0$
 virtueel voorwerp resp. beeld : $s < 0$ resp. $s' < 0$.

We definiëren de dwarsvergroting M door:

$$M = \frac{r_i}{r_o} \quad (5.35)$$

Indien voorwerp en beeld, zoals in fig. 5.5, aan verschillende zijden van de as liggen, wordt M negatief gerekend.

Voor M kan geschreven worden:

$$M = -\frac{s'}{s} \sqrt{\frac{\phi_o}{\phi_i}} \quad (5.36)$$

Onder de hoekvergroting β' verstaan we de verhouding van de openingshoeken in beeld en voorwerpsruimte (zie fig. 5.5) volgens:

$$\beta' = \frac{\theta_i}{\theta_o} \quad (5.37)$$

In het paraxiale gebied mogen we de sinus en tangens door de hoek zelf vervangen.

In dit geval kan worden afgeleid:

$$\beta' = -\frac{1}{M} \sqrt{\frac{\phi_o}{\phi_i}} \quad (5.38)$$

Deze formule kan worden omgewerkt tot:

$$\theta_i r_i \sqrt{\phi_i} = \theta_o r_o \sqrt{\phi_o} \quad (5.39)$$

Dit is de wet van Helmholtz-Lagrange, die in het paraxiale gebied het verband geeft tussen de grootte van voorwerp en beeld en de openingshoeken van de afbeeldende stralenbundels. Deze wet is een bijzonder geval van de algemene sinuswet van Abbe, die bij afbeeldingen geldt waarbij de openingshoeken niet zeer klein zijn:

$$r_i \sin \theta_i \sqrt{\phi_i} = r_o \sin \theta_o \sqrt{\phi_o} \quad (5.40)$$

5.6 Soorten van rotatiesymmetrische elektrostatische lenzen

Enkele soorten van rotatiesymmetrische elektrostatische lenzen zullen achtereenvolgens worden besproken.

5.6.1 Diafragma lenzen

We beschouwen in fig. 5.6 een drietal vlakke en evenwijdige elektrodes met potentialen V_1 , V_0 en V_2 , waartussen dus twee homogene elektrostatische velden bestaan. In elk van beide velden is het potentiaalverloop dus rechtlijnig. In de middelste elektrode wordt nu een cirkelvormig gat, een z.g. diafragma, aangebracht, waarvan we aannemen dat dit zo klein is, dat de potentiaal in het centrum ervan gelijk is aan V_0 , terwijl het potentiaalverloop langs de as ongewijzigd blijft.

Een elektronenbaan die in de ruimte links van het diafragma evenwijdig aan de as verloopt, zal bij het diafragma geknikt worden en daarna nog iets verder krommen (zie 5.4).

Het brandpunt van deze z.g. diafragmalens, wordt gevonden door de raaklijn aan de elektronenbaan te trekken direkt voorbij de knik en deze raaklijn te snijden met de as. De hoofdvlakken van deze lens liggen in het vlak van de middelste elektrode; het is een "dunne" lens. Voor de brandpuntsafstand f' geldt de volgende benaderingsformule van Davisson en Calbick

$$f' = \frac{4 V_0}{\frac{V_2 - V_1}{d_2} - \frac{V_0 - V_1}{d_1}}$$

met:

$$\Phi_2' = \frac{V_2 - V_0}{d_2} \quad (5.41)$$

$$\Phi_1' = \frac{V_0 - V_1}{d_1}$$

Uit deze formule volgt dat f' positief zowel als negatief kan zijn. Deze lens kan dus in principe konvergerend zowel als divergerend zijn. In de praktijk komen diafragmalenzen steeds voor als deel van een samengesteld systeem.

5.6.2 Twee-elektrodenlenzen

Zo'n lens wordt gevormd door 2 om eenzelfde as gecentreerde elektrodes met potentialen V_1 resp. V_2 . Voor $V_2 > V_1$ is de lens versnellend en voor $V_2 < V_1$ vertragend.

In fig. 5.7 zijn enkele uitvoeringsvormen gegeven.

Als voorbeeld zijn in fig. 5.8 voor het geval b uit fig. 5.7, waarbij $V_2 > V_1$, de equipotentiaallijnen (b) en krachtlijnen (a) aangegeven.

Door op een elektron, dat vanuit A onder een zekere hoek met de as vertrekt, de konstruktie van 5.3 toe te passen, is de elektronenbaan te vinden. We merken op dat in het linkerdeel van de lens het elektron naar de as toe wordt gebroken, wat dus overeenkomt met een positieve lenswerking.

In de rechterhelft echter worden de elektronen weer van de as af gebroken, zodat dit deel een negatieve lenswerking vertoont. De gehele lens is echter toch positief omdat de elektronen tijdens het doorlopen van de lens een toenemende snelheid krijgen en dan dus minder eenvoudig door het veld te beïnvloeden zijn; het negatieve deel is dus zwakker dan het positieve deel. In fig. 5.8 is het optische analogon alsmede het verloop van de aspotentiaal $\phi(z)$ mede aangegeven. Door hieruit $\phi''(z)$ te berekenen, kan volgens formule (5.23) de lenswerking ook worden verklaard. Immers $\phi''(z)$ is positief in het linkerdeel van de lens en de radiale kracht op het elektron dus naar de as toe gericht, terwijl $\phi''(z)$ negatief wordt in het rechterdeel van de lens.

Voor $V_2 < V_1$ werkt de lens vertragend.

Een van links komend elektron zal oorspronkelijk gedivergeerd worden en in het rechterdeel van de lens gekonvergeerd worden, waarbij de totale lenswerking echter positief blijft.

Wordt $V_2 < 0$, dan ontstaat een z.g. elektronenspiegel, waarbij de elektronenbaan in de buurt van het equipotentiaalvlak met potentiaal nul wordt omgebogen.

5.6.3 Drie-elektrodenlenzen

Een drie-elektrodenlens wordt gevormd door drie om eenzelfde as gecentreerde elektrodes met potentialen V_1 , V_2 en V_3 , waarbij $V_1 > V_2 < V_3$.

We beschouwen hier alleen het geval dat $V_1 = V_3$.

Er treedt een lenswerking op zodra $V_2 \neq V_1$, waarbij de brandpuntsafstand afhankelijk is van de verhouding q tussen V_2 en V_1 . Meestal zal $q < 1$, en zal de lenssterkte ($= \frac{1}{f}$) toenemen naarmate q kleiner is. Indien $V_2 = 0$ spreekt men van een unipotentiallens; hierbij is de brandpuntsafstand onafhankelijk van V_1 . Voorts kan nog worden opgemerkt dat dit type lenzen steeds "dun" zijn, zie 5.5.

De drie elektrodes kunnen bestaan uit diafragma's, zie fig. 5.9.a, of cilinders, zie fig. 5.9.b en c.

In fig. 5.10 is het verloop van de equipotentiaalvlakken, de aspotentiaal, het optische analogon, en enkele elektronenbanen aangegeven.

Uit het potentiaalverloop valt op te maken dat de lens uit twee negatieve en een positief deel bestaat. (Bepaal hiertoe $\phi''(z)$). Het positieve deel (het centrale deel) overheerst steeds omdat de elektronensnelheid hier het laagst is.

De brandpuntsafstand neemt in het algemeen af, en de lenssterkte ($= \frac{1}{f}$) dus toe, indien de middelste cilinder langer is (fig. 5.9.b) of de afstand tussen de buitenste cilinders wordt vergroot (fig. 5.9.a en c).

Door combinatie van cilinders en diafragma's kunnen uit fig. 5.9 vele andere vormen worden afgeleid. Drie-elektrodenlenzen worden o.a. toegepast in oscillograafbuizen en zwart-wit beeldbuizen

5.6.4 Katodelenzen

Katodelenzen zijn elektronenlenzen waarbij de katode zelf deel uitmaakt van het elektrode-systeem.

Het eenvoudigste geval is dat van een vlakke katode en een hieraan evenwijdige anode, waarin alle elektronen zonder beginsnelheid uittreden. Uit 5.3 volgt dat alle elektronenbanen dan evenwijdig aan de krachtlijnen verlopen.

In werkelijkheid emitteert de katode echter in alle voorwaartse richtingen en volgen de elektronen in het algemeen paraboolbanen waarvan de paraboolas evenwijdig is aan de krachtlijnen. Beschouwen we nu één punt van de katode, dan vormen alle elektronen die uit dit punt geëmitteerd worden een z.g. elementaire bundel.

worden een z.g. elementaire bundel.

De elektronen van deze elementaire bundel, die de katode met snelheid nul verlaten, treden loodrecht uit; men spreekt van hoofdstralen. De elementaire bundel wordt begrensd door banen van elektronen, die de katode met een zekere maximale tangentiële snelheid verlaten. Uit elk punt van de katode treedt dus een divergente elementaire bundel.

We beschouwen nu het speciale geval dat voor de katode een konvergerende lens wordt aangebracht, zoals in het triode gedeelte van een elektronenkanon. In fig. 5.11 is dit geval aangegeven. Vóór de katode bevindt zich eerst een rooster, dat steeds een negatieve spanning V_{g1} heeft t.o.v. de katode, met in het centrum een kleine opening om de elektronen door te laten. Voorbij dit rooster bevindt zich een zijanode g_2 die positief t.o.v. de katode wordt ingesteld en hierdoor via het gat in het rooster de potentiaalverdeling tussen katode en rooster beïnvloedt. Deze potentiaal is een functie van z en r , aangegeven door $\varphi(z, r)$. Is het rooster sterk negatief ingesteld, dan is $\varphi(z, r)$ voor de gehele katode negatief, evenals de veldsterkte aan de katode $E(r)$:

$$E(r) = -\frac{\partial \varphi(0, r)}{\partial z} \quad (5.42)$$

In fig. 5.12.a zijn de aequipotentiaalvlakken voor dit geval aangegeven; in fig. 5.12.b zijn de potentiaal $\phi(z) = \varphi(z, 0)$ en de veldsterkte $\phi'(z)$ als functie van z aangegeven, terwijl in fig. 5.12.c ($E(r)$ is aangegeven. Uit deze figuren blijkt dat $\phi(z)$ een minimum heeft, terwijl $E(r)$ steeds negatief is en op enige afstand van de as nadert tot een waarde

$\frac{|V_{g1}|}{s_{01}}$, waarin s_{01} de afstand tussen katode en rooster is.

Onder deze konditie kunnen geen elektronen de katode verlaten.

Wordt V_{g1} minder negatief dan wordt de invloed van de anode op $\varphi(z, r)$ in de ruimte tussen katode en rooster vergroot en $\phi(z)$ zowel als $E(r)$ nemen toe.

Het potentiaalminimum schuift dan in de richting van de katode. Bij een zekere waarde van V_{g1} wordt ($E(0)$, de veldsterkte in het centrum van de katode, precies nul en het potentiaalminimum bevindt zich precies op de katode.

Dit is de instelling waarbij elektronen met beginsnelheid nul juist kunnen uittreden.

Deze situatie is in fig. 5.13 aangegeven.

Maakt men nu V_{g1} nog minder negatief, dan wordt het katode-oppervlak waarvoor $E(r) > 0$ groter en neemt de elektronenstroom toe.

Deze situatie is in fig. 5.14 aangegeven.

In een volgend hoofdstuk zullen we zien dat de stroomdichtheid in het algemeen evenredig is met de $3/2$ macht van de veldsterkte $E(r)$.

De instelling waarbij $V_{g1} = 0$ kan beschouwd worden als de grens van een onbelaste uitsturing (in feite treedt de roosterstroom reeds iets eerder in).

De stroomsterkte bij $V_{g1} = 0$ wordt dan ook als de maximale katodestroom beschouwd. Het emitterend oppervlak heeft dan een diameter welke juist iets groter is dan de diameter van het roostergat.

We keren nu terug naar de beschouwing over de elementaire bundels.

In fig. 5.15 zijn een drietal elementaire bundels getekend. We onderscheiden de hoofdstralen b en randstralen a en c.

De stralen a van de 3 elementaire bundels zijn z.g. korresponderende stralen; d.w.z. dat zij de katode met eenzelfde tangentiële snelheid verlaten. Ook de 3 stralen c zijn korresponderende stralen, evenals de 3 stralen b.

Voor het bundelverloop in deze katodelens geldt nu het volgende:

- 1) Alle elektronenbanen van een elementaire bundel snijden elkaar in één punt. Dit betekent dus dat elk punt van de katode in één ander punt wordt afgebeeld.
De verzameling van deze beeldpunten ligt in het vlak B; dit vlak heet dan ook katodebeeld.
- 2) Na het doorlopen van de katodelens komen de elektronen terecht in de veldvrije ruimte voorbij g_2 . In deze ruimte zijn de elektronenbanen recht zoals we in 5.2 hebben gezien. Extrapoleren we de elektronenbanen van een elementaire bundel vanuit deze veldvrije ruimte, dan blijken deze geëxtrapoleerde lijnen elkaar in één punt te snijden. Dit geldt voor alle elementaire bundels. De verzameling van al deze snijpunten vinden we in het vlak B'. Het is dus alsof alle elementaire bundels uit B' komen en dit vlak B' heet dan ook de virtuele katode.
- 3) Beschouwen we fig. 5.15 nog wat nader dan valt het op dat de totale elektronenbundel, gevormd door alle elementaire bundeltjes samen, bij C een insnoering vertoont; dit is de z.g. bundelknoop of cross-over. In de bundelknoop snijden alle z.g. korresponderende elektronenbanen elkaar in één punt.
In fig. 5.15 zijn in vlak C drie zulke punten aangegeven behorende bij de korresponderende banen a, b en c. Het blijkt bovendien dat de hoofdstralen (b) elkaar snijden op de as.
- 4) Extrapoleren we de elektronenbanen voor korresponderende elektronen, dan snijden deze elkaar in één punt. Deze snijpunten afkomstig van de korresponderende banen a, b en c liggen in het vlak C'.
Bovenaan betekent dat de bundelknoop C voor de katodelens wordt afgebeeld in C'. Dit beeld is virtueel en C' wordt dan ook de virtuele bundelknoop of virtuele cross-over genoemd.

De virtuele cross-over is nu het voorwerp voor de voorbij de katodelens te plaatsen hoofdlens waarmee dit voorwerp op een scherm kan worden afgebeeld. Een instelling van deze hoofdlens waarmee een ander punt op het scherm zou worden afgebeeld, leidt tot een grotere spotdiameter; zo'n punt is derhalve niet het ideale voorwerp. Voor de grootte van de spot op het scherm is de grootte en positie van de cross-over C ofwel van zijn virtueel beeld C' van belang.

In fig. 5.16 tenslotte is een elektronenkanon weergegeven, zoals dit tegenwoordig in zwart-wit televisiebuizen wordt toegepast, en dat bestaat uit een katodelens k-g1-g2 en een overlappende drie-elektrodelens g3-g4-g5.

Opgemerkt kan nog worden dat er in het g2-g3 gebied, waar de elektronen versneld worden van 450 Volt naar 18 kV, een konvergerende werking op de elektronenbundel van fig. 5.15 wordt uitgeoefend. Deze werking is echter zo klein, dat de bundel die de hoofdlens g3-g4-g5 intreedt, nog steeds divergent is.

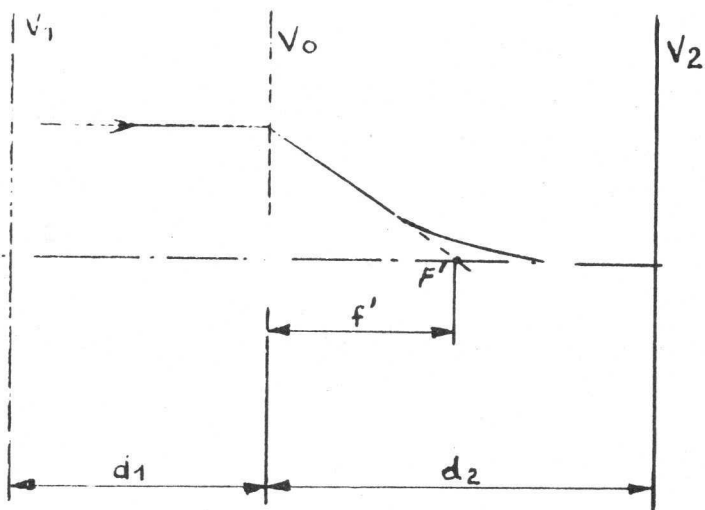


Fig. 5.6

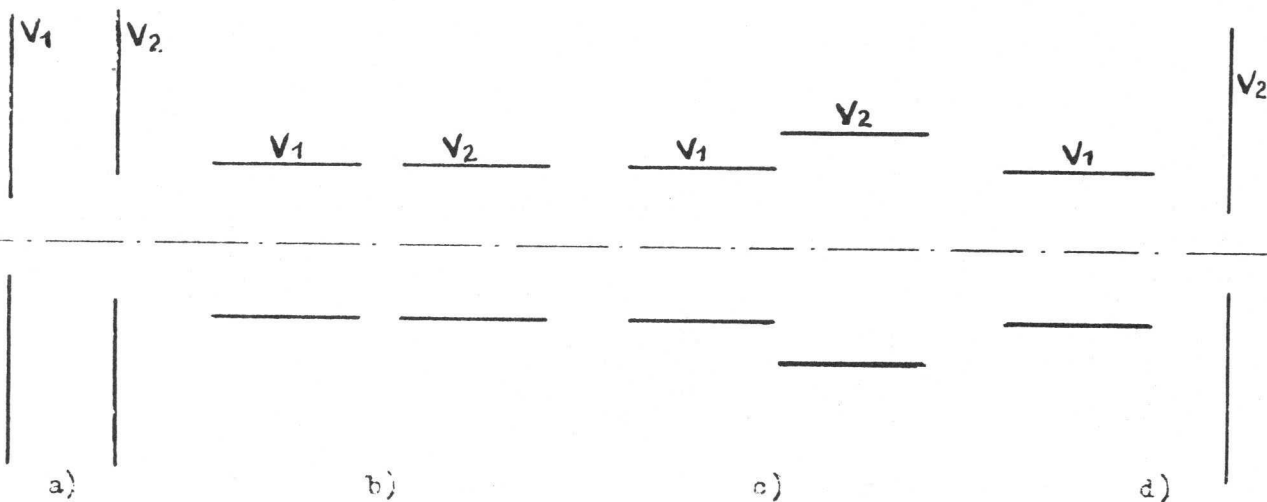


Fig. 5.7

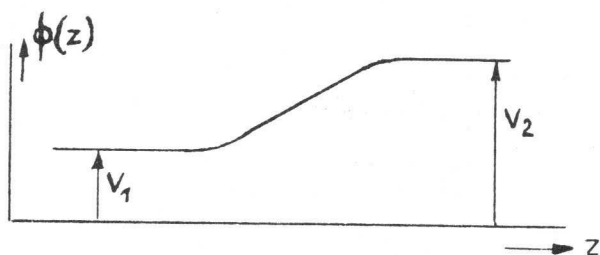
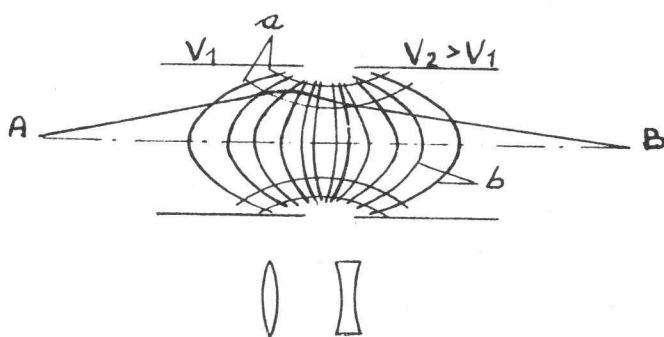


Fig. 5.8

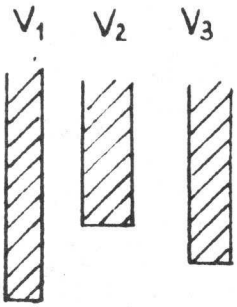


Fig. 5.9

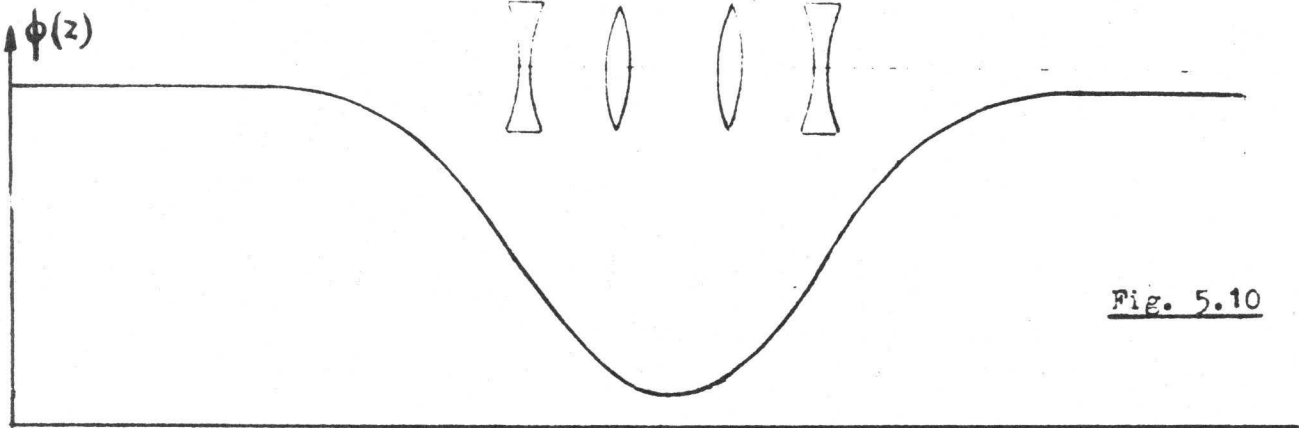
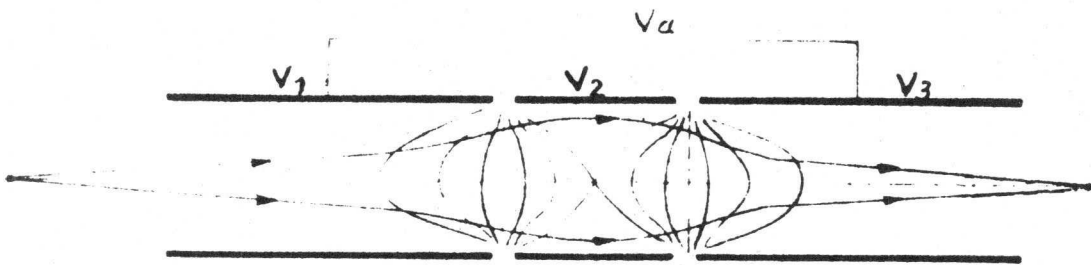
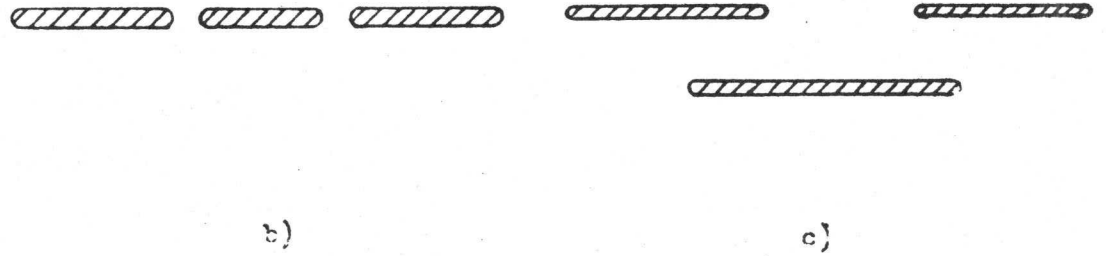
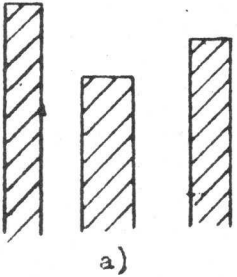
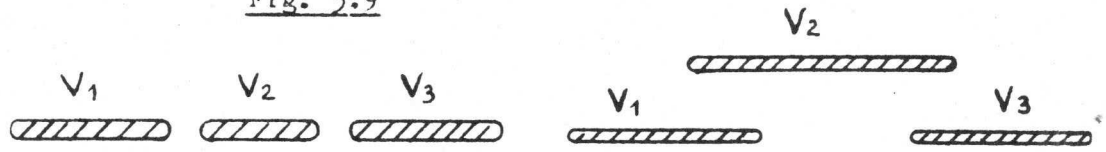


Fig. 5.10

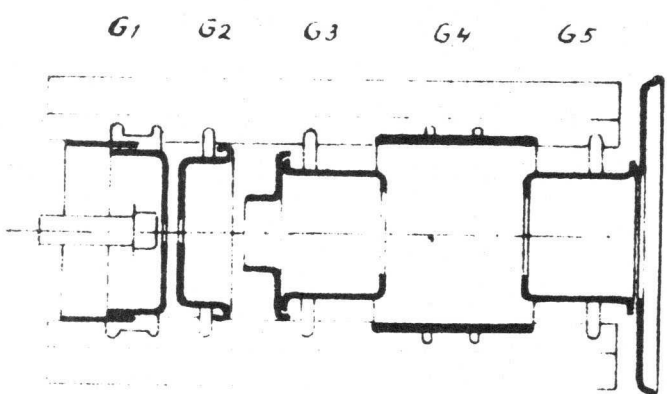


Fig. 5.16

$V_{g2} = 450\text{V}$ $V_{g4} = 0.400\text{V}$ $V_{g3-5} = 10\text{KV}$

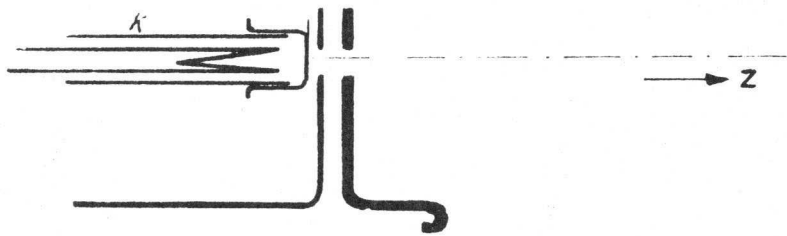


Fig. 5.11

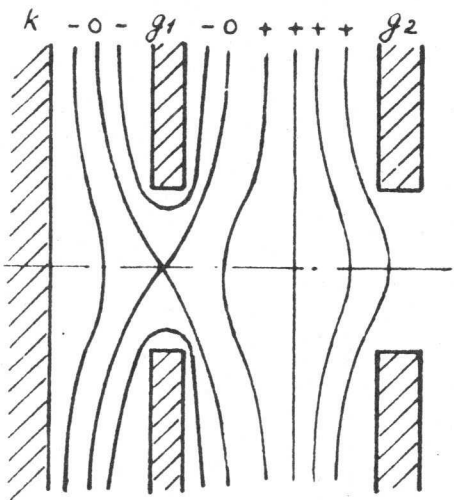
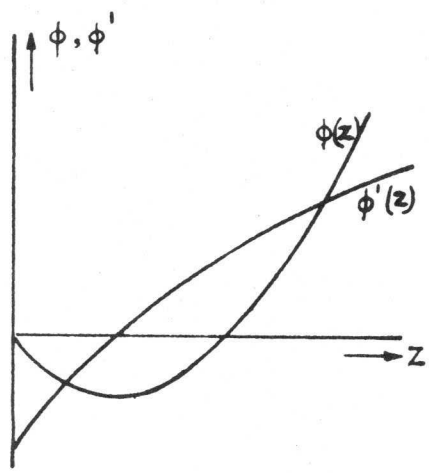
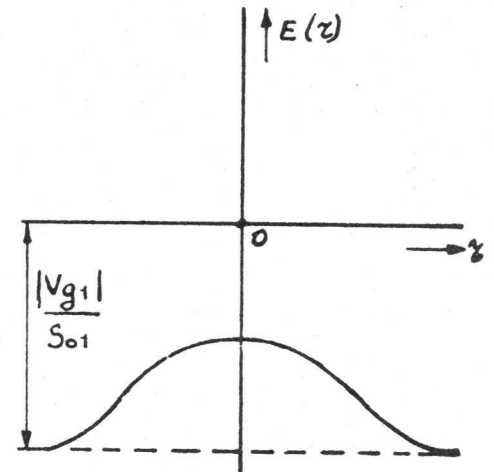


Fig. 5.12 a



b



c

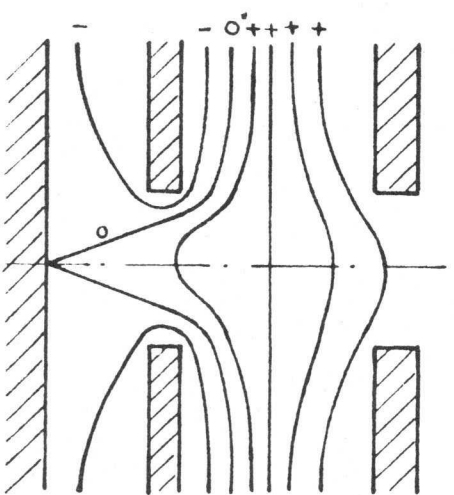
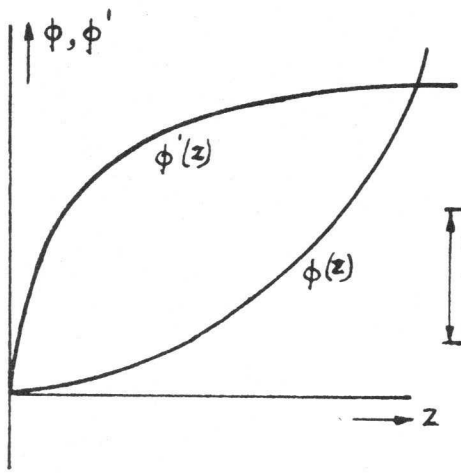
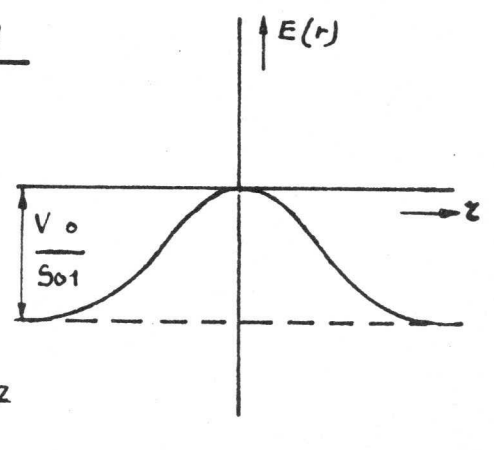


Fig. 5.13 a



b



c

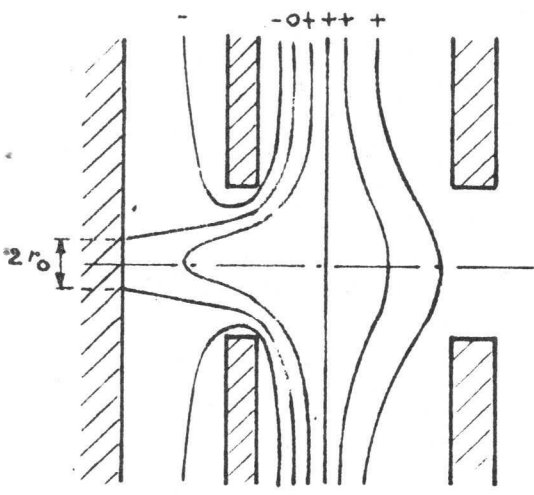
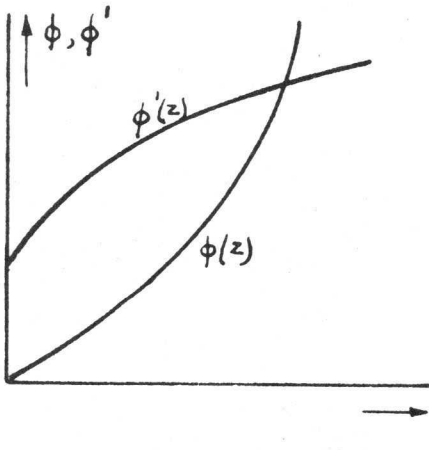
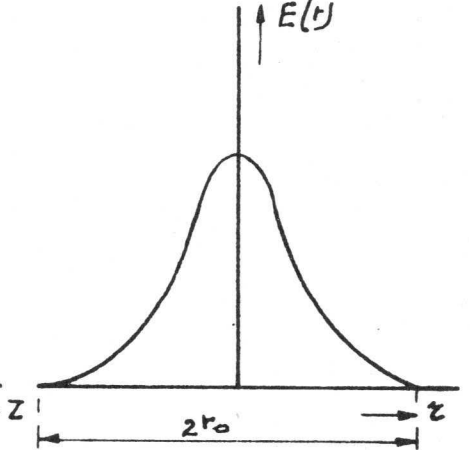


Fig. 5.14 a



b



c

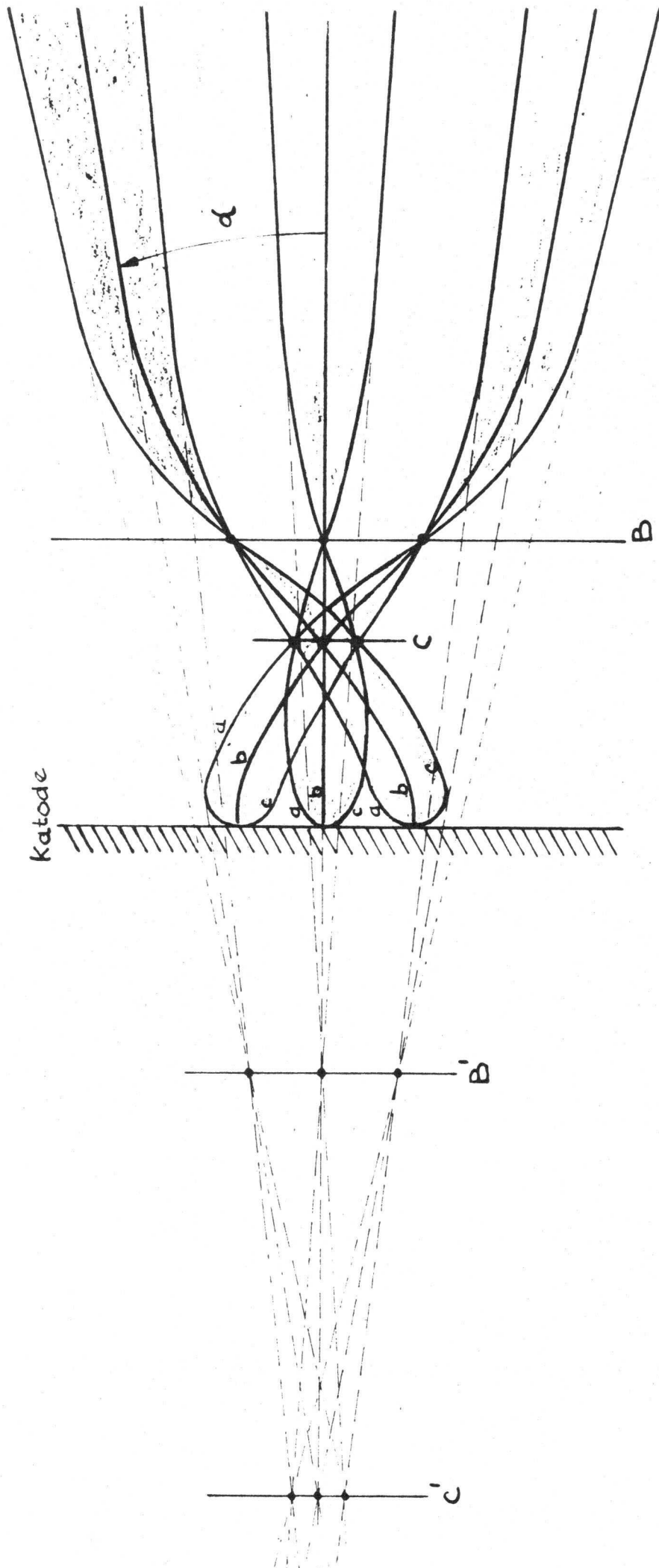


Fig. 5.15

5.7 Elektrostatistische afbuiging

Tot nu toe hebben we alleen elektronen beschouwd, waarvan de bewegingsrichting een kleine hoek maakt met de krachtlijnen.

We zullen nu het geval beschouwen dat het elektron een zekere beginsnelheid heeft loodrecht op de krachtlijnen. We verwijzen naar fig. 5.16. In deze figuur zijn aangegeven de katode, de eindanode van het elektronenkanon op een spanning V_a t.o.v. de katode, een paar afbuigplaten en een scherm. De elektronen verlaten het kanon met een snelheid v_a , waarbij volgens formule (5.10) geldt:

$$v_a = \sqrt{\frac{2e}{m} V_a} \quad (5.43)$$

De afbuigplaten zijn symmetrisch t.o.v. de kanonas gemonteerd zodanig dat tussen deze platen een elektrostatisch dwarsveld opgewekt kan worden dat loodrecht staat op de oorspronkelijke bewegingsrichting van de elektronen.

Hiertoe moet één plaat aan de spanning $V_a + \frac{1}{2} V_p$ worden aangesloten en de andere plaat aan een spanning $V_a - \frac{1}{2} V_p$; de spanning tussen de platen bedraagt dus V_p .

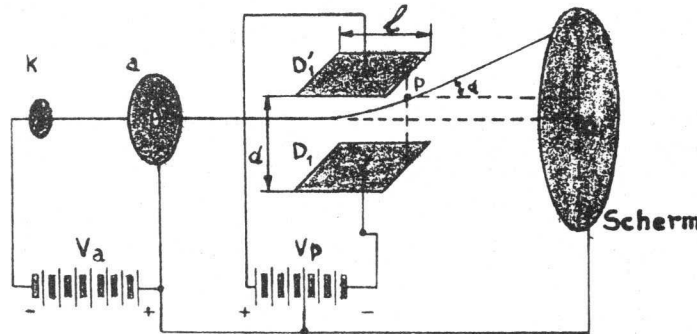


Fig. 5.16

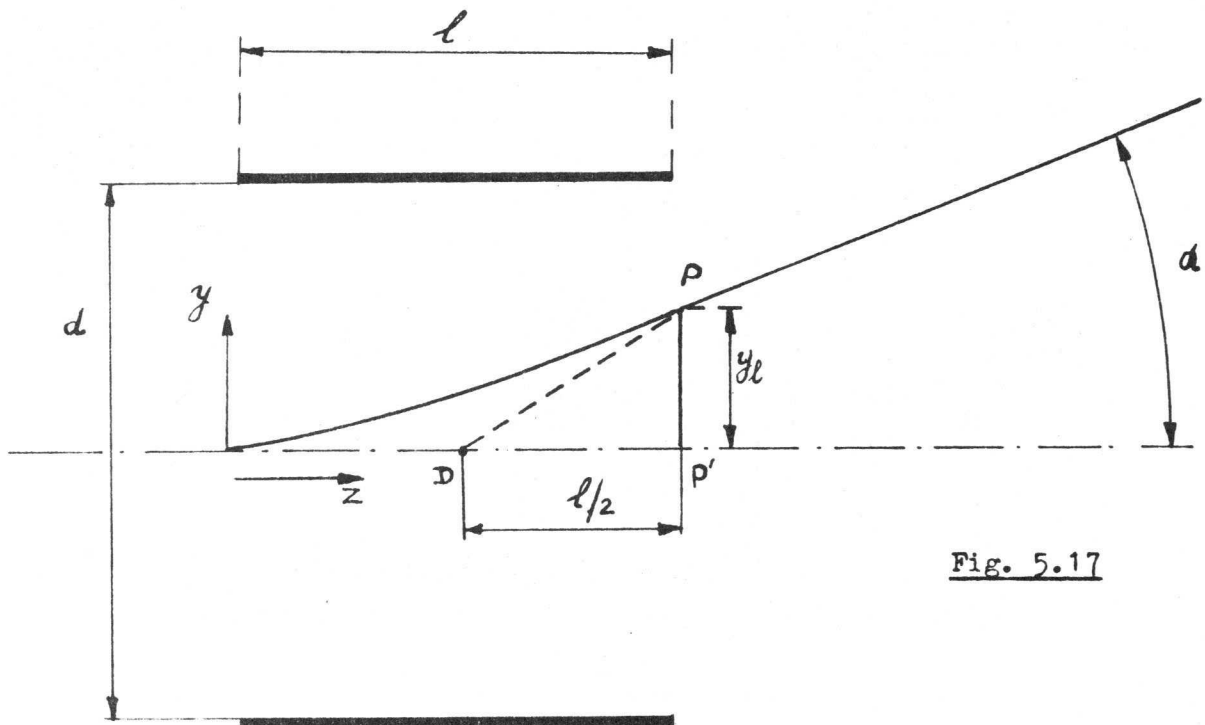


Fig. 5.17

In dit geval is de gemiddelde potentiaal tussen de platen V_a , dus onafhankelijk van V_p . De platen hebben nu geen invloed op de snelheid van de elektronen en dus op de fokussing; men spreekt van symmetrische afbuiging. Zijn de (vlak veronderstelde) platen op een afstand d van elkaar opgesteld, dan is de (konstante) veldsterkte van dit dwarsveld $\frac{V_p}{d}$ Volt per meter.

We nemen nu aan dat het veld werkzaam is over een zodanige afstand l dat $l \gg d$, zodat randeffekten verwaarloosd mogen worden.

We kiezen nu als nulpunt van het x, y koördinatenstelsel het punt waar het elektron het veld tussen de platen binnentreedt, zie fig. 5.17.

Op een elektron dat op de plaats $x = 0, y = 0$ in axiale richting in het veld komt, werkt een kracht K_y , die gelijk is aan het produkt van lading e van het elektron en veldsterkte $\frac{V_p}{d}$, dus:

$$K_y = e \frac{V_p}{d} \quad (5.44)$$

T.g.v. deze kracht ondervindt het elektron met massa m een versnelling a_y in de richting van de y -as van:

$$a_y = \frac{K_y}{m} = \frac{e}{m} \frac{V_p}{d} \quad (5.45)$$

In de richting loodrecht op de krachtlijnen van het veld zal het elektron geen versnelling krijgen, daar het veld geen komponent in die richting heeft.

Een tijd t sec. nadat het elektron het veld is binnentreden heeft het elektron in de y -richting een weg y afgelegd volgens:

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{V_p}{d} t^2 \quad (5.46)$$

In de z -richting heeft het elektron de konstante snelheid v_a en legt in deze zelfde tijd t een weg z af volgens:

$$z = v_a \cdot t \quad (5.47)$$

De baanvergelijking vindt men door uit (5.46) en (5.47) de tijd t te elimineren; er volgt dan:

$$y = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{V_p}{d} \frac{z^2}{v_a^2} \quad (5.48)$$

Substitutie van (5.43) in (5.48) geeft tenslotte:

$$y = \frac{1}{4} \frac{V_p}{V_a \cdot d} z^2 \quad (5.49)$$

Uit deze formule volgt dat het elektron binnen het elektrostatische veld van de afbuigplaten een paraboolbaan beschrijft. Heeft het elektron in de z -richting een weg l afgelegd, dan geldt in het punt P:

$$y_1 = \frac{1}{4} \frac{V_p}{V_a \cdot d} \cdot l^2 \quad (5.50)$$

Zodra het elektron in dit punt P het veld verlaat, zal het zich verder rechtlijnig voortbewegen, en wel in de richting van de raaklijn van de parabool in het punt P.

De hoek die deze raaklijn maakt met de oorspronkelijke bewegingsrichting (met de as dus) volgt na differentiatie van formule (5.49) uit:

$$\operatorname{tg} \alpha = \left(\frac{dy}{dz} \right)_{z=l} = \frac{1}{2} \frac{V_p}{V_a} \cdot \frac{1}{d} \quad (5.51)$$

Vergelijken we formule (5.50) en (5.51) nader, dan volgt tevens dat:

$$y_1 = \frac{1}{2} l \operatorname{tg} \alpha \quad (5.52)$$

Dit betekent dus dat de raaklijn van de parabool in het punt P steeds de -as op de halve plaatlengte zal snijden. Dit snijpunt heet deflektiepunt. Voor praktische beschouwingen kunnen we dus uitgaan van de veronderstelling dat de elektronenbundel in het punt D plotseling met een knik ombuigt.

Uit de formule voor $\operatorname{tg} \alpha$ (5.51) volgt nog iets merkwaardigs, nl. dat in deze formule e en m niet voorkomen, wat dus betekent dat elektronen en ionen over eenzelfde hoek worden afgebogen.

Een nadere berekening leert dat de afbuiggevoeligheid, dit is de grootte van de afbuiging op het scherm per volt spanningsverschil tussen de platen, niet erg groot is. Uit het voorgaande zal het duidelijk zijn dat de afbuiggevoeligheid toeneemt naarmate l groter, d kleiner, V_a lager, of de afstand tussen afbuigplaten en scherm groter wordt.

Verder blijkt het nodig, teneinde een hogere afbuiggevoeligheid te bereiken, de afbuigplaten een meer ingewikkelde vorm te geven. U kunt zelf uit de formule voor $\operatorname{tg} \alpha$ wel afleiden dat bij hoge eindspanningen V_a (b.v. 18 kV) en grote afbuighoeken α (b.v. $\alpha = 45^\circ$) enorm hoge afbuigspanningen V_p vereist zijn. Om deze reden wordt elektrostatische afbuiging alleen toegepast in buizen waar men werkt met lage anodespanningen (max. 3 kV) en kleine afbuighoeken (b.v. 20°).

In gevallen waar men een hoge schermpotentialaal wenst, b.v. om een grote helderheid en een goede spotkwaliteit te bereiken, wordt naversnelling toegepast. Hierbij staat de eindanode van het kanon op een lage spanning, waardoor een grote afbuiggevoeligheid verkregen wordt. Eerst nadat de elektronenbundel het afbuigstelsel heeft doorlopen, worden de elektronen naar de hogere schermpotentialaal versneld; vandaar de naam naversnelling.

Elektrostatische afbuiging wordt toegepast in de katodestraal - oscillograafbuis en de decimale telbuis E1T, terwijl in het orthicon elektrostatische afbuiging in combinatie met magnetische fokussing wordt toegepast. (Zie hiertoe 5.).

In de oscillograafbuis komen we steeds twee paar afbuigplaten tegen die loodrecht op elkaar staan; een paar voor de verticale afbuiging en een paar voor de horizontale afbuiging.

5.8 Fokussering van een elektron in een homogeen magnetisch veld

De beweging van een elektron in een homogeen magnetisch veld wordt bepaald door de krachtwerking van een magneetveld op een elektron, gegeven door de z.g. Lorentzkracht volgens formule (4.5):

$$\vec{K} = e (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (5.53)$$

We beschouwen een homogeen magnetisch veld in de richting van de positieve z-as, zie fig. 5.18, en een elektron waarvan de snelheidscomponenten zijn: v_x , v_y en v_z .

Uit (5.53) volgt dat t.g.v. de component v_z geen kracht op het elektron wordt uitgeoefend, omdat de hoek tussen v_z en B nul is; zie hiertoe 1.3.3. De component v_x levert een kracht op in de y-richting, terwijl de component v_y een kracht oplevert in de x-richting.

Uit (1.8) en (5.53) volgt dus:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = 0 \quad (5.54)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = e v_x \cdot B = e \frac{dx}{dt} B \quad (5.55)$$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -e v_y \cdot B = -e \frac{dy}{dt} B \quad (5.56)$$

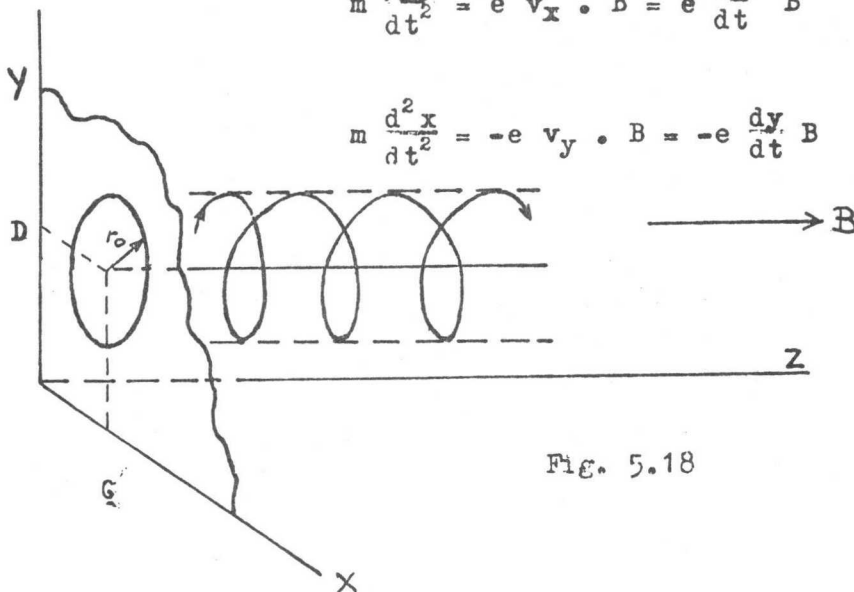


Fig. 5.18

Uit 5.54 volgt dat de snelheidscomponent in de veldrichting (z-richting) onveranderd blijft.

Integratie van (5.55) en (5.56) levert:

$$m \frac{dy}{dt} = e B (x - C) \quad (5.57)$$

$$m \frac{dx}{dt} = -e B (y - D) \quad (5.58)$$

waarin C en D integratiekonstanten zijn.

Substitutie van (5.57) in (5.56) levert:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = - \left(\frac{e}{m} B \right)^2 (x - C) \quad (5.59)$$

Dit is een homogene differentiaalvergelijking van de tweede orde.

Aan deze vergelijking wordt voldaan door:

$$x - C = r_0 \cos (\omega_c t + \theta_0) \quad (5.60)$$

waarin r_0 en θ_0 integratiekonstanten zijn, en ω_c , die de cyclotronfrequentie wordt genoemd, volgt uit:

$$\omega_c = \frac{eB}{m} \quad (5.61)$$

Analoog wordt voor y gevonden:

$$y - D = r_0 \sin (\omega_c t + \theta_0) \quad (5.62)$$

Uit (5.60) en (5.62) volgt door kwadrateren:

$$(x - C)^2 + (y - D)^2 = r_0^2 \quad (5.63)$$

Hieruit volgt dat de projectie van de baan op het xy vlak een cirkel is met straal r_0 en middelpunt (C, D) . Aangezien de snelheidskomponent in de z -richting onveranderd blijft, zijn de elektronenbanen dus spiralen, waarvan de as evenwijdig is aan de z -as, zie fig. 5.18.

Uit (5.57), (5.58) en (5.63) volgt nog:

$$\left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \omega_c^2 r_0^2 \quad (5.64)$$

In geval de axiale snelheid v_z nul is, beschrijft het elektron een cirkelbaan met straal r_0 en konstante snelheid v , die volgens (5.10) volgt uit:

$$v^2 = \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 = \frac{2 e V}{m} \quad (5.65)$$

Uit (5.64) en (5.65) volgt dan voor r_0 :

$$r_0 = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2 m V}{e}} \quad (5.66)$$

Uit (5.65) en (5.66) volgt ook nog:

$$\frac{m v^2}{r_0} = e v B \quad (5.67)$$

Dit betekent dat de centrifugale kracht $\frac{m v^2}{r_0}$ evenwicht maakt met de centripetale Lorentzkracht $e v B$.

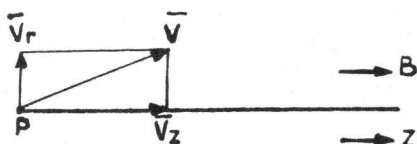


FIG. 5.19

We beschouwen nu een aantal elektronen die met eenzelfde snelheid v , doch onder verschillende hoeken φ met de richting van de veldlijnen van een homogeen magnetisch veld uit één gemeenschappelijk punt P van de z -as treden; zie fig. 5.19.

We veronderstellen dat de hoeken φ zo klein zijn dat bij benadering $\cos \varphi = 1$ gesteld mag worden.

De snelheid van een elektron wordt ontbonden in een langskomponent \bar{v}_z en een dwarskomponent \bar{v}_r , waarbij:

$$\left. \begin{aligned} v_z &= v \cos \varphi \approx v \\ v_r &= v \sin \varphi \end{aligned} \right\} \quad (5.68)$$

Volgens (5.54) blijft de langskomponent v_z onveranderd, terwijl de dwarskomponent een Lorentzkracht veroorzaakt, zodanig dat de elektronen spiralen beschrijven die in P aan de z -as raken.

De elektronen worden dus min of meer gedwongen de veldlijnen te volgen, en wel des te meer naarmate B groter is; zie hiertoe (5.66).

De hoeksnelheid van het elektron volgt uit (5.61). Voor één omloop om de spiraalas heeft het elektron een tijd τ nodig, die volgt uit:

$$\tau = \frac{2\pi}{\omega_c} = \frac{2\pi m}{e B} \quad (5.69)$$

In deze tijd hebben alle elektronen in z -richting eenzelfde weg l afgelegd, zoals volgt uit:

$$l = \tau v_z = \frac{2\pi m}{e B} v \quad (5.70)$$

Dit betekent dus dat alle elektronen na één omwenteling om de spiraalas elkaar in eenzelfde punt P' van de z -as zullen snijden; er vindt dus fokussing plaats. Dit geldt ook voor de volgende omwentelingen, waarbij de snijpunten met de as op afstanden $2l$, $3l$ etc. van P zijn gelegen. De projecties van de afzonderlijke elektronenbanen op een vlak, loodrecht op de z -as, zijn cirkels. De stralen van deze cirkels volgen uit (5.67) en (5.68):

$$r_0 = \frac{m v_r}{e B} = \frac{m v \sin \varphi}{e B} \quad (5.71)$$

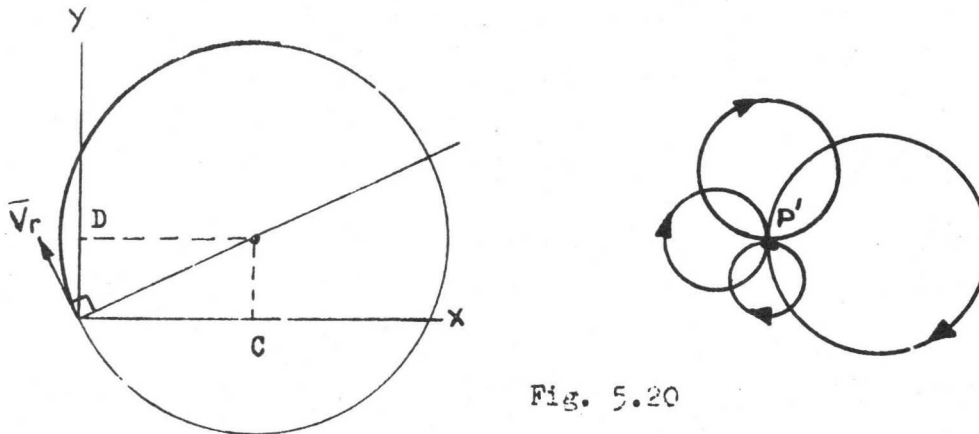


Fig. 5.20

De middelpunten, A, B in formule (5.63), liggen in het x-y vlak op een lijn loodrecht op de richting van de betreffende vektor v_r .

Een en ander is in fig. 5.20 aangegeven.

Opgemerkt dient nog te worden dat we hier te maken hebben met een "lange lens", waarbij voorwerp (P) en beeld (P') geheel in het magneetveld liggen.

Deze wijze van fokussen wordt o.a. toegepast bij verschillende typen opnamebuizen en lopende golfbuizen.

5.9 Magnetische afbuiging

We beschouwen in fig. 5.21 een homogeen magnetisch veld in de richting van de positieve x-as, dat in z-richting abrupt begint bij $z = 0$ en abrupt eindigt bij $z = l$.

Een elektron wordt met een snelheid v in de positieve z-richting het veld ingeschoten.

Op het elektron werkt nu de konstante Lorentzkracht $e v B$, welke steeds loodrecht staat op de momentele richting van voortbeweging en loodrecht staat op B .

In 5.8 is aangetoond dat het elektron dan een cirkel beschrijft met straal r_0 , welke volgt uit (5.67):

$$r_0 = \frac{m v}{e B} \quad (5.72)$$

Na het verlaten van het veld, zie punt P, loopt het elektron verder volgens de raaklijn in P aan de cirkel. Deze raaklijn snijdt de z-as in D, het z.g. deflektiepunt. Ten opzichte van de oorspronkelijke bewegingsrichting is het elektron dan afgebogen over een hoek α .

Uit fig. 5.21 volgt verder:

$$\sin \alpha = \frac{l}{r_0} = \frac{l e B}{m v} \quad (5.73)$$

Drukken we nu v uit in de versnellingsspanning V volgens $e V = \frac{1}{2} m v^2$ en vervangen we B door $\mu_0 H$ volgens (4.6), dan gaat (5.73) over in:

$$\sin \alpha = l \mu_0 H \sqrt{\frac{e}{2 m V}} \quad (5.74)$$

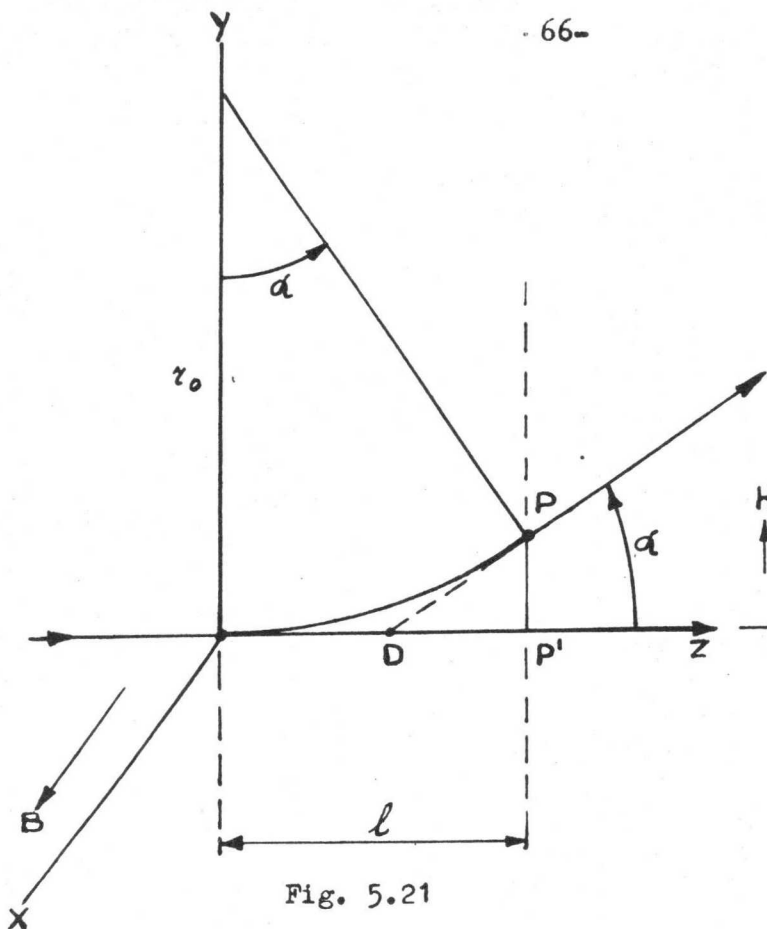


Fig. 5.21

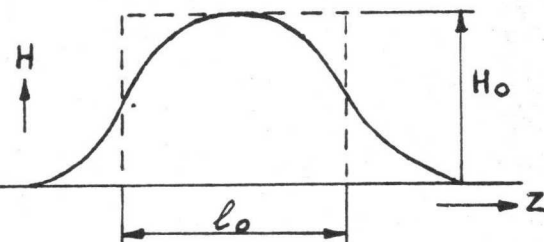


Fig. 5.22

Nu geldt voor kleine afbuighoeken bij benadering: $\sin \alpha \approx \text{tg} \alpha$, zodat form. (5.74) overgaat in:

$$\text{tg} \alpha = l \mu_0 H \sqrt{\frac{e}{2mV}} \quad (5.75)$$

In deze formule blijkt $\frac{e}{m}$ voor te komen wat niet het geval was in de overeenkomstige formule voor de elektrostatische afbuiging; zie form. (5.51).

Bij niet homogene afbuigvelden moeten we onder l verstaan de effectieve spoellengte. Beschouwen we nl. in fig. (5.22) de veldsterkeverdeling langs de z -as van een z.g. deflektiespoel met maximale waarde H_0 , dan kan men van deze spoel de effectieve spoellengte l_0 definiëren als de lengte van die denkbeeldige spoel met homogeen afbuigveld, waarvan de afbuiging luistert naar formule (5.74) door hierin voor l en H resp. l_0 en H_0 te substitueren, ofwel:

$$l_0 = \frac{\int H_z dz}{H_0} \quad (5.76)$$

Dat betekent dat in fig. 5.22 het oppervlak begrensd door de H verdeling en de z -as gelijk is aan het oppervlak van de gestippelde rechthoek (= $l_0 \cdot H_0$).

Uit fig. 5.21 volgt verder:

$$PP' = R (1 - \cos \alpha) \text{ en } DP' = PP' \operatorname{ctg} \alpha \quad (5.77)$$

zodat uit (5.73) en (5.77) voor DP' volgt:

$$DP' = l \frac{(1 - \cos \alpha) \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

Deze formule kan worden omgewerkt tot:

$$DP' = \frac{l}{2} (1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}) \quad (5.78)$$

Het deflektiepunt ligt dus, in tegenstelling tot de elektrostatische afbuiging, niet vast, doch is afhankelijk van de afbuighoek.

Magnetische afbuiging wordt o.a. toegepast bij opname- en weergeefbuizen voor televisie, waar, door de werking van twee loodrecht op elkaar en op de buis staande magnetische velden, een geïnterlinieerd lijnen-raster "geschreven" wordt door de veldsterkte zaagtandvormig met de tijd te veranderen; het ene veld met de rasterfrequentie, het andere met de lijnfrequentie.

Deze velden worden opgewekt in een z.g. deflektiespoel, die om de buis wordt gemonteerd, waarbij de magnetische veldsterkte steeds evenredig is met de stroom door de betreffende spoel.

Vergelijken we tenslotte de magnetische en elektrostatische afbuiging met elkaar, dan valt het volgende op:

- 1) De afbuiging is in beide gevallen recht evenredig met de sterkte van het veld; zie V_p in (5.51) en H in (5.75).
- 2) De afbuiging is in beide gevallen recht evenredig met de lengte l van het afbuigveld.
- 3) De grootte van de afbuiging neemt bij magnetische afbuiging in mindere mate af bij toeneming van V_a dan bij elektrostatische afbuiging. Dit maakt magnetische afbuiging aantrekkelijk bij hoge versnellingspanningen.
- 4) e en m hebben bij magnetische afbuiging wel en bij elektrostatische afbuiging geen invloed op de afbuiging.
- 5) De positie van het deflektiepunt is bij magnetische afbuiging afhankelijk en bij elektrostatische afbuiging onafhankelijk van de afbuighoek α .
- 6) Magnetische afbuiging heeft nog het voordeel dat de elektronensnelheid bij afbuiging niet door de afbuigvelden wordt beïnvloed, hetgeen bij elektrostatische afbuiging wel het geval is. Er ontstaat dan een spotvervorming die bij grote afbuighoeken zeer ernstig kan zijn.
- 7) De afbuigvelden voor de horizontale en verticale afbuiging beïnvloeden elkaar bij de elektrostatische afbuiging in een oscillograafbuis, wat niet het geval is bij magnetische afbuiging bij een televisiebuis. In het eerste geval moet men daarom beide afbuigsystemen achter elkaar monteren, terwijl bij magnetische afbuiging beide systemen in elkaar worden gebouwd, waardoor een kortere halslengte en grotere afbuighoeken verkregen kunnen worden.

5.10 Eigenschappen van rotatiesymmetrische magnetische velden.

5.10.1 Algemene eigenschappen

Evenals rotatiesymmetrische elektrostatische velden hebben rotatiesymmetrische magnetische velden lenseigenschappen. Bij het afleiden van de baanvergelijking voor een elektron dat evenwijdig aan de symmetrie-as het veld binnentreedt beperken we ons weer tot het z.g. paraxiale gebied. Hierbij geldt dat de axiale komponent van de inductie, B_z , bij benadering gelijk gesteld kan worden aan de inductie op de as, $B(z)$.

Voorts is vanwege de rotatiesymmetrie B_φ , de komponent van B loodrecht op de meridiaanvlakken, gelijk aan nul. We stellen dus:

$$\begin{aligned} B_z &= B(z) \\ B_\varphi &= 0 \end{aligned} \quad (5.79)$$

Nu geldt in het magnetische veld volgens (4.14):

$$\iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (5.80)$$

Deze formule willen we vergelijken met de wet van Gauss in het elektrostatische veld bij afwezigheid van vrije ladingen volgens (3.30):

$$\iint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (5.81)$$

In 3.9, formule (3.62) is in het paraxiale gebied, uitgaande van deze formule, aangetoond, dat voor de radiale komponent van de veldsterkte E_r , geldt:

$$E_r = -\frac{r}{2} \frac{dE(z)}{dz} \quad (5.82)$$

Op analoge wijze kan voor de radiale komponent van de magnetische inductie worden afgeleid:

$$B_r = -\frac{r}{2} \frac{dB(z)}{dz} \quad (5.83)$$

5.10.2 De paraxiale bewegingsvergelijkingen

We beschouwen nu een elektron dat met een snelheid v evenwijdig aan de symmetrie-as (z -as) op een afstand r_0 het magneetveld binnentreedt.

De z -komponent van de snelheid zal bij benadering konstant blijven, dus

$$v_z = \frac{dz}{dt} \approx v \quad (5.84)$$

De combinatie van v_z en B_r levert een Lorentzkracht K_1 op volgens:

$$K_1 = e v_z B_r \approx e v B_r \quad (5.85)$$

De richting van K_1 is in fig. 5.22 aangegeven

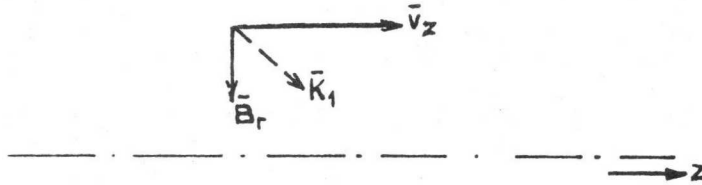


Fig. 5.22

De kracht K_1 heeft tengevolge dat het elektron een snelheidscomponent v_φ loodrecht op het meridiaanvlak krijgt. Voor v_φ geldt:

$$v_\varphi = r \frac{d\varphi}{dt} \quad (5.86)$$

De combinatie van v_φ en B_z levert een Lorentzkracht K_2 op volgens:

$$K_2 = e v_\varphi B_z \quad (5.87)$$

Deze kracht is in r-richting naar de as toe gericht, zie fig. 5.23.

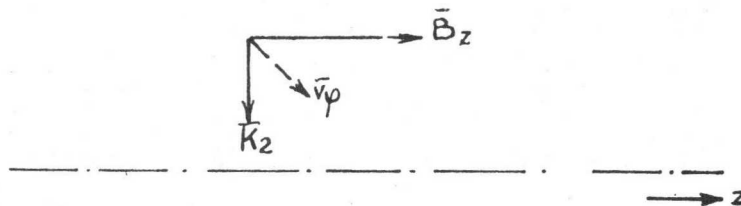


Fig. 5.23

Dit heeft weer tengevolge dat het elektron een snelheid v_r in de richting van K_2 verkrijgt. Voor v_r geldt:

$$v_r = \frac{dr}{dt} \quad (5.88)$$

De combinatie van v_r en B_z levert tenslotte een nieuwe Lorentzkracht K_3 op volgens:

$$K_3 = e v_r B_z \quad (5.89)$$

Deze K_3 zal samen met K_1 de optredende v_φ bepalen; vergelijk hiertoe fig. 5.22 en fig. 5.24.

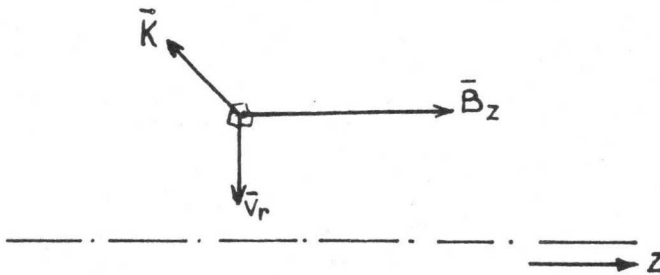


Fig. 5.24

Nu moet volgens (1.26) de verandering per tijdseenheid van het impuls-moment van het elektron t.o.v. de as, dit is $m v_\varphi \cdot r$, gelijk zijn aan het moment van de totale Lorentzkracht t.o.v. de as, dit is $r(K_1 - K_3)$.

Er volgt dus:

$$\frac{d}{dt} (m v_\varphi \cdot r) = r (K_1 - K_3) \quad (5.90)$$

Substitutie van (5.85), (5.86) en (5.89) geeft

$$\frac{d}{dt} (m r^2 \frac{d\varphi}{dt}) = e r (v B_r - v_r B_z) \quad (5.91)$$

Substitutie van (5.79), (5.83), (5.84) en (5.88) geeft:

$$\frac{d}{dt} (r^2 \frac{d\varphi}{dt}) = -\frac{e}{m} \left(\frac{r^2}{2} \frac{dB}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} + r \frac{dr}{dt} B \right) \quad (5.92)$$

Voor (5.92) kan ook worden geschreven:

$$\frac{d}{dt} (r^2 \frac{d\varphi}{dt}) = -\frac{e}{m} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} r^2 B \right) \quad (5.93)$$

Uit (5.93) volgt:

$$r^2 \frac{d\varphi}{dt} = -\frac{e}{m} \cdot \frac{1}{2} r^2 B$$

ofwel:

$$\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{e B}{2m} \quad (5.94)$$

Dit is dus de paraxiale bewegingsvergelijking voor de φ -richting.

Uit (5.94) volgt dat het elektron zich beweegt in een roterend meridiaanvlak dat met de halve cyclotronfrequentie ronddraait, zie hiertoe (5.6i).

Voorts geldt voor de Lorentzkracht K_2 dat deze de centripetale kracht

$$\frac{m v_{\varphi}^2}{r} = m r \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \quad \text{moet leveren om het elektron}$$

op een cirkelbaan met straal r_0 te houden en bovendien een kracht $m \frac{d^2 r}{dt^2}$ indien het elektron ook een versnelling in r-richting krijgt. Met (5.87) volgt dus:

$$e v_{\varphi} B_z = m \frac{d^2 r}{dt^2} - m r \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 \quad (5.95)$$

Substitutie van (5.79), (5.86) en (5.94) geeft na enig rekenwerk:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = - r \left(\frac{e B}{2m}\right)^2 \quad (5.96)$$

Dit is dus de paraxiale bewegingsvergelijking voor de r-richting.

5.10.3 De paraxiale baanvergelijking

Om nu de baanvergelijking te vinden moet de tijd t uit (5.96) worden geëlimineerd.

Nu geldt volgens de differentiaalrekening:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{dz} \cdot \frac{dz}{dt} \quad (5.97)$$

In het paraxiale gebied geldt volgens (5.84) bij benadering dat $\frac{dz}{dt} \approx v$, dus konstant, zodat na enig rekenwerk uit (5.97) volgt:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = v^2 \frac{d^2 r}{dz^2} = v^2 r'' \quad (5.98)$$

Mit (5.96) en (5.98) volgt dan na substitutie van:

$$\frac{1}{2} m v^2 = e V :$$

$$4 V r'' + \frac{e B^2}{2m} r = 0 \quad (5.99)$$

Vergelijken we deze paraxiale baanvergelijking in een rotatiesymmetrisch magnetisch veld met de overeenkomstige vergelijking in het elektrostatische veld, zie formule (5.26), dan valt op dat beide formules dezelfde gedaante hebben, doch dat in (5.99) de term met r' ontbreekt, terwijl de koëfficiënt van r'' konstant is.

We moeten echter bedenken dat de door (5.99) bepaalde banen beschreven worden in een roterend meridiaanvlak, waarvan de hoeksnelheid gegeven is door (5.94).

Voor de hoekverdraaiing φ als functie van z volgt:

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{d\varphi}{dt} \cdot \frac{dt}{dz}$$

Substitueren we hierin (5.84) en (5.94), waarbij v wordt uitgedrukt in de versnellingsspanning V volgens $\frac{1}{2}mv^2 = eV$, dan volgt:

$$\frac{d\psi}{dz} = B \sqrt{\frac{e}{8mV}} \quad (5.100)$$

5.10.4 De magnetische lenswerking

Uit de overeenkomstige gedaante van de formules (5.26) en (5.99) volgt dat alle eigenschappen van elektrostatische lenzen, zoals besproken in 5.5, ook gelden voor magnetische lenzen. We kunnen dus afbeeldingen maken, brandpunten en hoofdvlakken definiëren en afbeeldingsvergelijkingen afleiden. Vermeldt zij nog dat $f = f'$ (waarom?). Voor het geval van een korte, zwakke lens kunnen we zelfs de brandpuntsafstand zeer eenvoudig afleiden.

We beschouwen een elektron dat op afstand r_0 , evenwijdig aan de as de lens intreedt, dus $r'_0 = 0$, terwijl het lensveld zich uitstrekt tussen $z = z_1$ en $z = z_2$, zie fig. 5.25.

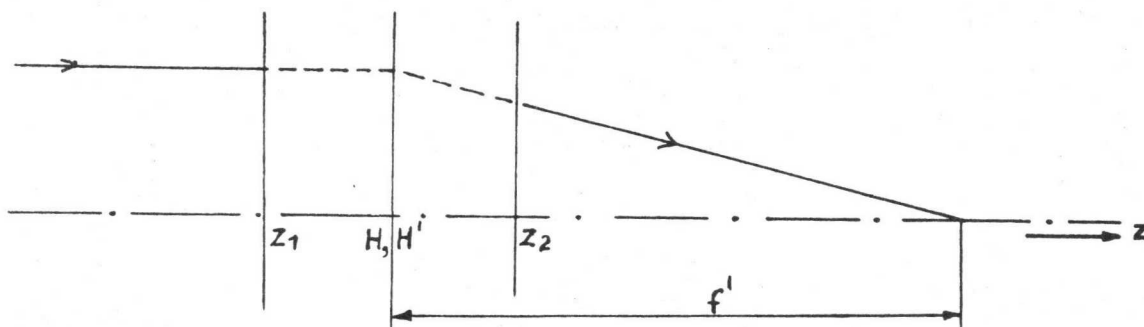


Fig. 5.25

Uit (5.99) volgt:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{dr}{dz} \right) = - \frac{e B^2 r}{8mV}$$

Integratie hiervan tussen z_1 en z geeft:

$$\frac{dr}{dz} = - \frac{e}{8mV} \int_{z_1}^z r B^2 dz + C_1 \quad (5.101)$$

Voor $z = z_1$ geldt $\frac{dr}{dz} = 0$, zodat $C_1 = 0$ wordt.

Voor een korte zwakke lens, waarbij de afstand r van het elektron tot de as gedurende het passeren van de lens niet noemenswaard verandert en dus vrijwel gelijk r_0 blijft, gaat (5.101) over in:

$$\frac{dr}{dz} = \frac{e r_0}{8mV} \int_{z_1}^z B^2 dz \quad (5.102)$$

Na het verlaten van de lens geldt dus voor de raaklijn aan de baan in de beeldruimte:

$$\left(\frac{dr}{dz}\right)_i = -\frac{e r_0}{8mV} \int_{z_1}^{z_2} B^2 dz \quad (5.103)$$

Uit fig. 5.26 volgt voor de brandpuntsafstand f' :

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{r_0} \left| \left(\frac{dr}{dz}\right)_i \right| \quad (5.104)$$

Uit (5.103) en (5.104) volgt dus:

$$\frac{1}{f'} = \frac{e}{8mV} \int_{z_1}^{z_2} B^2 dz \quad (5.105)$$

Uit deze formule volgt dat f' niet van teken verandert indien B in richting omkeert (dus van teken verandert); magnetische lenzen zijn dus positief.

Bij het doorlopen van de lens krijgt het elektron een hoekverdraaiing φ die volgt uit (5.100):

$$\varphi = \sqrt{\frac{e}{2mV}} \int_{z_1}^z B dz \quad (5.106)$$

Uit deze formule volgt dat φ wel afhankelijk is van de richting van B , dit in tegenstelling tot f' .

5.11 Soorten van rotatiesymmetrische magnetische lenzen

5.11.1 Elektromagnetische lenzen

Zulke lenzen worden verkregen m.b.v. tot cilindrische spoelen gewikkelde en met gelijkstroom bekrachtigde draadwindingen; zie fig. 5.26.a.

Vaak wordt deze spoel ingekapseld, zie fig. 5.26.b.

Door het aanbrengen van een luchtspleet, zie fig. 5.26.c wordt de uitgestrektheid van het veld beperkt en ontstaat een "korte" lens.

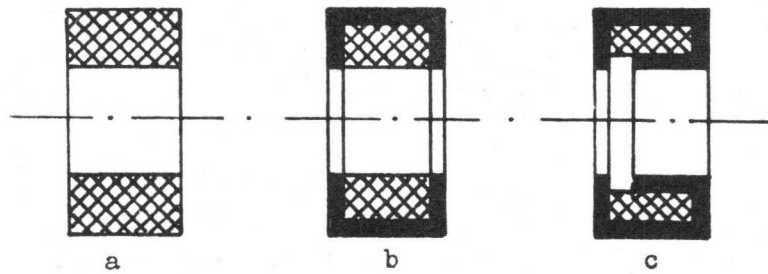


Fig. 5.26

De lenssterkte van een elektromagnetische lens kan gevarieerd worden door de stroom I door de spoel te variëren. Immers, B is rechtevenredig met I , zodat volgens form. (5.105), de lenssterkte rechtevenredig is met I^2 .

Een elektromagnetische lens is kwalitatief de beste fokuslens die mogelijk is; zij heeft echter 3 nadelen: prijs, gewicht en energieverbruik.

Om deze redenen worden deze lenzen tegenwoordig alleen nog voor professionele toepassingen gebruikt, zoals bij lichtstipafrastruurbuizen, radarbuizen, opnamebuizen, projectie TV-buizen en bij de elektronenmikroskopen.

5.11.2 Magnetostatische lenzen

Zulke lenzen bestaan uit een stel ringvormige magneten, b.v. van ferroxdure materiaal, die axiaal of radiaal gemagnetiseerd zijn; zie fig. 5.27 en 5.28. In deze figuren is tevens aangegeven het krachtlijnenverloop, de veldverdeling langs de z -as en twee elektronenbanen van het voorwerp P tot het beeld P' .

In dit geval gaat formule (4.7) over in:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad (5.107)$$

Dit betekent dat het veldverloop langs een gesloten integratiekromme een of meer keer van richting omkeert, zoals uit fig. 5.27 en 5.28 blijkt.

Kiezen we voor deze integratiekromme in het actieve lensgedeelte de z -as, en hierbuiten (in het veldvrije gebied dus) een willekeurige weg, dan geldt dus volgens (5.107) en 4.6):

$$\int_{z_1}^{z_2} B \, dz = 0 \quad (5.108)$$

Uit de veldverdeling langs de z -as in fig. 5.27 en 5.28 blijkt dat inderdaad aan (5.108) voldaan is.

Uit formule (5.106) volgt nog dat de hoekverdraaiing bij het doorlopen van een magnetostatische lens steeds nul is.

De lenssterkte van de lenzen uit de figuren 5.27 en 5.28 kan gevarieerd worden door de afstand tussen de ringvormige magneten te variëren.

Magnetostatische lenzen hebben een tijdlang hun toepassing gevonden bij zwart-wit televisiebuizen. Hierin zijn ze echter verdrongen door elektrostatische lenzen, o.a. om redenen van gewicht, prijs en kwaliteit.

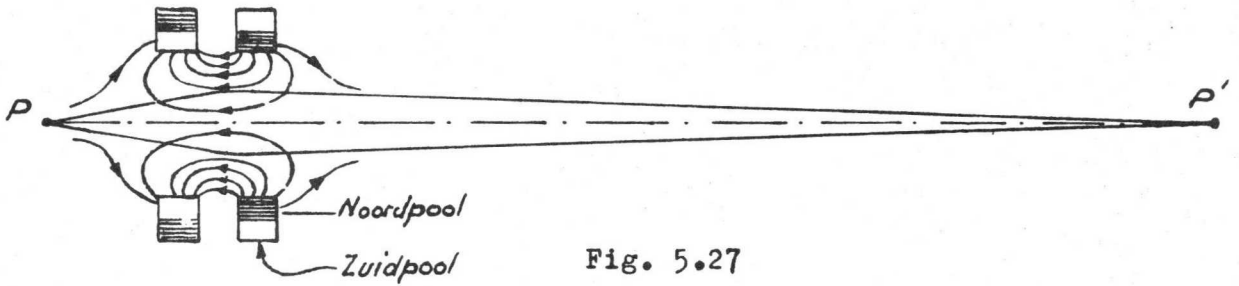


Fig. 5.27

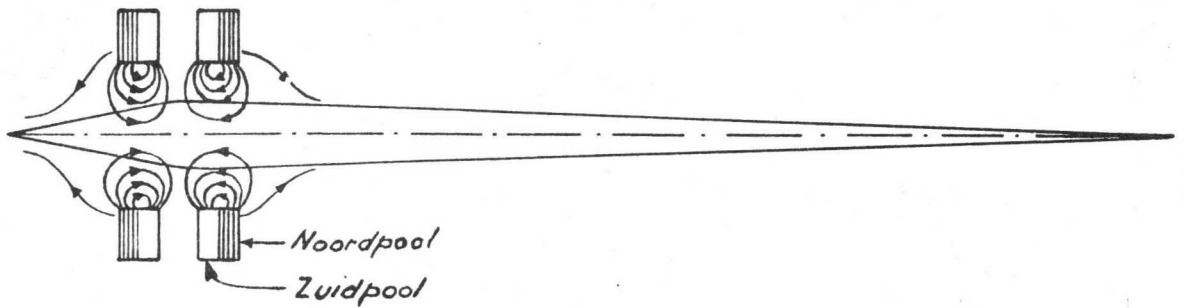
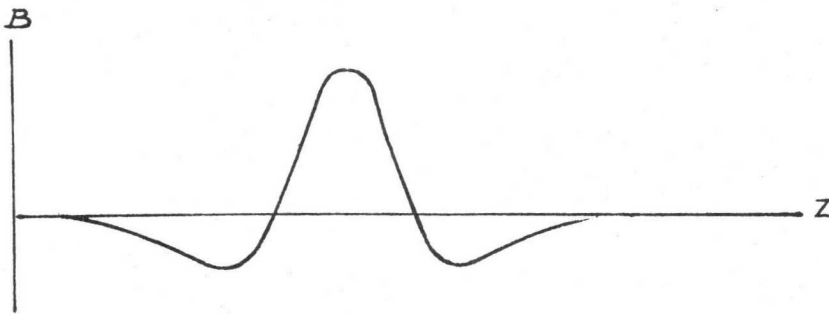
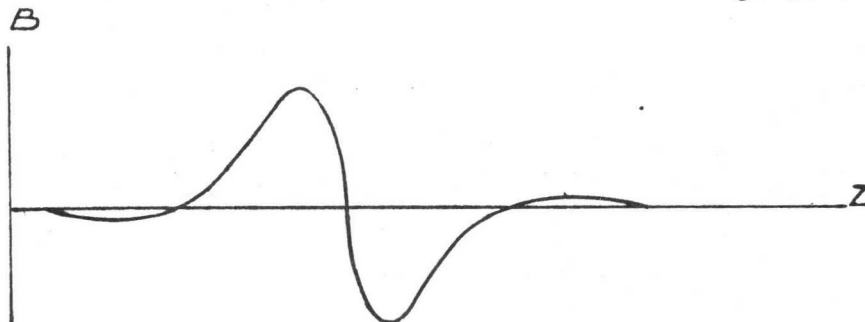


Fig. 5.28



5.12 Beweging van geladen deeltjes in een gekombineerd elektrostaticsch en magnetisch veld

5.12.1 Veldlijnen van beide velden zijn evenwijdig

We beschouwen eerst het geval van een elektron, dat zonder beginsnelheid in een dergelijk veld wordt gebracht. Dit elektron zal ten gevolge van het elektrostatiche veld een kracht ondervinden tegengesteld gericht aan de elektrostatiche veldlijnen (E-richting). De hierdoor veroorzaakte beweging is evenwijdig aan de magnetische veldlijnen (B-richting), zodat het elektron van het magnetische veld geen verdere kracht ondervindt. Wordt het elektron echter met een snelheid v loodrecht op de B-richting in het veld geschoten, dan zal het elektron t.g.v. het magneetveld een cirkelbaan beschrijven, zie 5.8 en 5.9.

Tengevolge van het E-veld zal het elektron echter ook eenparig versneld worden in de-E richting.

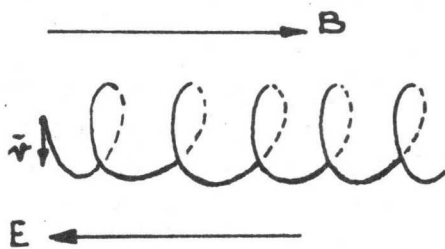


fig. 5.29

Het elektron beschrijft dus een schroeflijn op een cirkelcilinder, waarbij de spoed van de schroeflijn in B-richting steeds groter wordt.

Deze combinatie van een \vec{E} en \vec{B} veld wordt gebruikt om elektronen te bundelen; elektronen stoten elkaar immers onderling af en hebben dus de neiging uit een bundel te treden. Hoe sterker het B-veld hoe beter de elektronen in de bundel blijven, zoals uit formule (5.66) blijkt.

Een geheel andere toepassing vinden we in de massaspectrograaf van Thomson.

Hierin wordt een ionenbundel loodrecht op de \vec{E} en \vec{B} -richting het veld ingeschoten; zie fig. 5.30, waarin \vec{E} en \vec{B} in y-richting lopen.

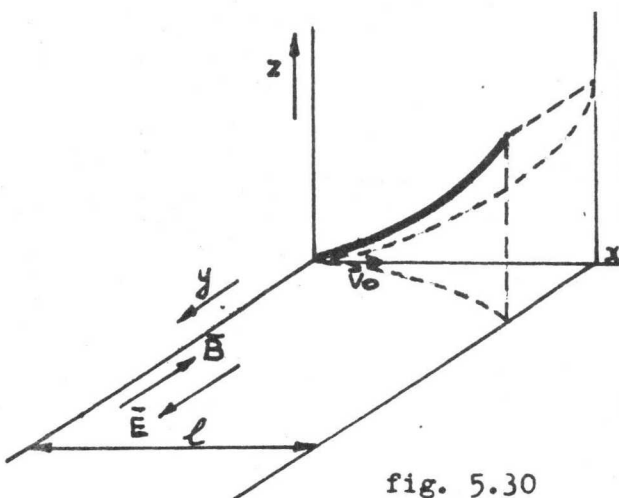


fig. 5.30

Indien de ionenbundel zich over een afstand l , gemeten in x-richting, door het \vec{E} en \vec{B} veld heeft bewogen, is de uitwijking y t.g.v. het \vec{E} -veld volgens formule (5.50):

$$y = \frac{V_p}{4 V_a d} l^2.$$

Met $\frac{V_p}{d} = E$ en $\frac{1}{2} m_i v_0^2 = e_1 V_a$ gaat deze

formule over in

$$y = \frac{e_1 E l^2}{2 m_i v_0^2} \quad (5.109)$$

Hierin zijn e_1 en m_i de lading resp. massa van het ion, terwijl v_0 de beginsnelheid van het ion is.

Tengevolge van het \vec{B} -veld zal het ion zich op een cirkelbaan in het x-z vlak bewegen.

De formule voor deze cirkel luidt:

$$x^2 + (z - r)^2 = r^2$$

Uitwerking hiervan levert:

$$x^2 = z(2r - z)$$

Indien $z \ll 2r$ geldt dus voor $x = l$:

$$z = \frac{l^2}{2r} \quad (5.110)$$

De straal r van de cirkel is volgens formule (5.67):

$$r = \frac{m_i v_o}{e_i B} \quad (5.111)$$

Hierbij is aangenomen dat de richtingsveranderingen in het veld klein zijn, zodat de snelheidskomponent in x-richting bij benadering gelijk blijft aan v_o .

Uit (5.109), (5.110) en (5.111) volgt door eliminatie van v_o :

$$z^2 = \frac{l^2}{2} \frac{e_i B^2}{m_i E} y \quad (5.112)$$

Plaatsst men nu loodrecht op de x-as een fluorescerend scherm (of fotografische plaat) dan zullen meerdere parabolen zichtbaar worden.

De konstante l , e_i , B en E is de parabool bepaald door de grootte van de massa m_i , terwijl elk punt van zo'n parabool correspondeert met ionen van verschillende snelheid v_o .

5.12.2 Veldlijnen van beide velden staan loodrecht op elkaar

We beschouwen in fig. 5.31 het \vec{E} -veld in de $-y$ richting en het \vec{B} -veld in de $+z$ richting.

Een negatief geladen deeltje bevindt zich in de oorsprong en heeft geen beginsnelheid. Dit deeltje zal van het \vec{E} -veld een kracht \vec{K}_1 ondervinden in de $+y$ -richting, waarvan de grootte volgt uit:

$$K_1 = e E \quad (5.113)$$

Deze kracht geeft het deeltje een snelheidskomponent v_y in y -richting. De combinatie van v_y en B levert een Lorentzkracht K_2 in de $+x$ richting op, waarbij:

$$K_2 = e v_y B \quad (5.114)$$

Dit heeft dan weer een snelheidskomponent v_x tengevolge, die een Lorentzkracht K_3 oplevert in de $-y$ richting, waarbij

$$K_3 = e v_x B \quad (5.115)$$

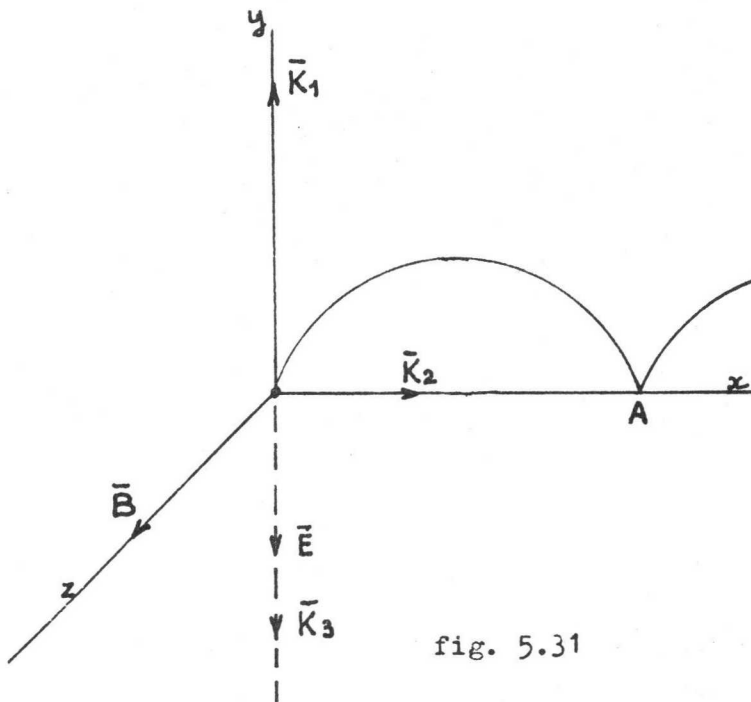


fig. 5.31

Uit (5.113), (5.114) en (5.115) volgt nu:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = e \frac{dy}{dt} B \quad (5.116)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = e E - e \frac{dx}{dt} B \quad (5.117)$$

Integratie van (5.116) geeft:

$$\frac{dx}{dt} = \omega_c y \quad (5.118)$$

waarbij $\omega_c = \frac{eB}{m}$, de cyclotronfrequentie volgens (5.61).

De integratiekonstante hierbij is nul, immers $\frac{dx}{dt} = 0$ voor $y = 0$.

Substitutie van (5.118) in (5.117) geeft:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{e E}{m} - \omega_c^2 y \quad (5.119)$$

Aan deze vergelijking wordt voldaan door:

$$y = \frac{E}{B \omega_c} (1 - \cos \omega_c t) \quad (5.120)$$

Ook hier is de integratiekonstante nul, omdat $\frac{dy}{dt} = 0$ voor $y = 0$.

Uit (5.118) en (5.120) volgt dan:

$$x = \frac{E}{B \omega_c} (\omega_c t - \sin \omega_c t) \quad (5.21)$$

Formules (5.120) en (5.121) zijn de vergelijkingen voor een cycloïde in parameterform. Dit is een baan die overeenkomt met de baan die een punt van een cirkel beschrijft als deze cirkel over een vlak rolt. Uit formule (5.120) volgt dat de baan periodisch is in x-richting met een periodetijd $\frac{2\pi}{\omega_c}$.

Uit formule (5.121) volgt dan voor de golflengte :

$$\lambda = \frac{2\pi E}{B \omega_c} = \frac{2\pi m E}{e B^2} \quad (5.122)$$

Indien de beginsnelheid van het deeltje niet nul is, zullen de integratiekonstanten bij het integreren van (5.116) en (5.119) niet nul zijn.

De formules voor x en y worden dan:

$$x = \frac{P}{\omega_c} \sin(\omega_c t + Q) + \frac{E}{B} t + \frac{V_{0y}}{\omega_c} \quad (5.123)$$

$$y = \frac{P}{\omega_c} \cos(\omega_c t + Q) - \frac{1}{\omega_c} (v_{ox} - \frac{E}{B}) \quad (5.124)$$

waarbij:

$$P \cos Q = v_{ox} - \frac{E}{B}$$

$$P \sin Q = -v_{oy}$$

en v_{ox} en v_{oy} de componenten van de beginsnelheid in x resp. y richting voorstellen.

Ook nu volgt weer dat de baan periodisch is in x-richting met golflengte λ volgens (5.122).

Ter illustratie zijn in fig. 5.32 enkele banen aangegeven van deeltjes met zekere e en m die de oorsprong met verschillende beginsnelheid in het x-y vlak verlaten.

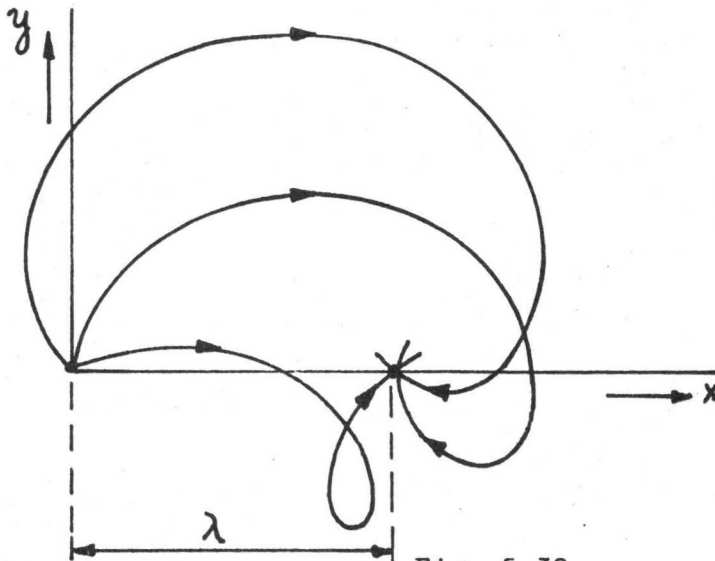


Fig. 5.32

Uit formule (5.122) volgt dat de positie van het punt $x = \lambda$ afhankelijk is van de massa van het deeltje. Hiervan maakt men gebruik in massaspectrometers.

Een toepassing van cycloïdale banen vinden we voorts bij het magnetron.

Heeft het deeltje bovendien nog een aanvangsnelheid in z-richting, dan zal de snelheid in deze richting konstant blijven.

De besproken formules hebben dan betrekking op de projectie van de baan van het deeltje op het x-y vlak.

Een toepassing hiervan vinden we in het orthicon.

Tenslotte is er nog het toepassingsgebied waarbij het elektrostatische veld niet konstant, doch periodisch is.

We noemen hier het cyclotron voor het verkrijgen van snelle ionen en het omegatron, een moderne massaspectrometer.

In beide gevallen is er sprake van z.g. resonante ionen;
dit zijn ionen met een zodanige massa dat

$\omega_c = \frac{eB}{m}$ gelijk wordt aan de ω van het aangelegde
wisselveld.

Alleen deze ionen beschrijven een spiraalvormige baan en kunnen
hierdoor eenvoudig van de andere ionen gescheiden worden.

Verder zij verwezen naar Lit. 28.

Hoofdstuk 6 Bouwelementen der materie

6.1 Het atoommodel

In hoofdstuk 2 zijn als bouwstenen van het atoom de protonen, neutronen en elektronen genoemd. De protonen zijn de dragers van de positieve kernlading, de neutronen die zich ook in de kern bevinden zijn elektrisch neutraal. De negatieve elektronen met elementaire lading $-e$ bewegen zich in verschillende, in het algemeen ellipsvormige, banen om de kern en nemen de grootste ruimte van het atoom in; men spreekt daarom van elektronenwolk. Het baanverloop van de elektronen rond de kern duidt men aan met de elektronenkonfiguratie. De grootte van de elementaire lading e bedraagt $1,6019 \cdot 10^{-19}$ Coulomb.

De positieve kernlading, uitgedrukt in elementaire ladingen als eenheid, is het z.g. atoomnummer Z , en is, zoals in 6.3 wordt besproken, gelijk aan het rangnummer van het betreffende element in het periodiek systeem.

De massa's van een proton en neutron zijn ongeveer aan elkaar gelijk en bedragen $1,67 \cdot 10^{-27}$ kg. De massa van een elektron is hiervan slechts het $1/1836$ gedeelte, dus $0,9107 \cdot 10^{-30}$ kg.

Atomen met eenzelfde atoomnummer kunnen toch verschillende kernmassa bezitten door een verschillend aantal neutronen; zulke atomen noemt men isotopen.

Ter verklaring van enkele karakteristieke eigenschappen van het atoom is door Bohr voortgebouwd op het werk van Planck en Einstein.

In tegenstelling tot de klassieke theorie (Huygens) moet men volgens Einstein het licht niet alleen opvatten als een golfverschijnsel doch moet men het ook als een corpusculair verschijnsel zien, en wel als een transport van kleine deeltjes z.g. fotonen of lichtquanten, waaraan men zowel energie als massa moet toekennen.

Elk foton transporteert een energie van $h\nu$ waarbij ν de frekwentie is en h de konstante van Planck; $h = 6,6237 \cdot 10^{-34}$ joule sek.

We hebben hier dus te maken met een dualisme in de theorie van het licht. Immers bij lichtquanta denken we aan de beweging van deeltjes waarvan de energie wordt uitgedrukt met behulp van $\nu = \frac{c}{\lambda}$, de lichtsnelheid gedeeld door de golflengte. Deze golflengte wordt gemeten met behulp van de buiging van het licht, die echter alleen te verklaren is met de klassieke golftheorie.

De oplossing van de schijnbare tegenspraak van golf- en corpusculaire theorie werd door Heisenberg en Bohr gegeven. Zonder in detail te treden kan dit zo worden uitgedrukt:

de golf- en corpusculaire opvatting zijn complementair, d.w.z. als men door een experiment het corpusculaire karakter aantoot is het onmogelijk tegelijk het golfkarakter aan te tonen en omgekeerd.

Ook de beweging van andere kleine deeltjes b.v. snelle elektronen, heeft een dualistisch karakter.

De theoretische behandeling hiervan wordt gegeven door de golfmechanika.

Volgens deze theorie gaat de beweging van een deeltje met massa m en snelheid v gepaard met een golfverschijnsel, waarvan volgens de Broglie de golflengte λ volgt uit:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad (6.1)$$

Voorts geldt dat een beweging van zulke deeltjes in een gesloten baan bij konstante snelheid alleen mogelijk is wanneer de lengte l van de baan een geheel veelvoud van de de Brogliegolflengte bedraagt.

Bohr stelde nu ter verklaring van de stabiliteit van het atoom en ter verklaring van het optreden van scherpe, door atomen onder bepaalde omstandigheden uitgezonden, spectraallijnen de volgende quantumvoorwaarden op:

- 1) Een atoom kan gedurende een eindige tijd alleen bestaan in een aantal diskrete stationnaire toestanden, elk met een karakteristieke energie-inhoud. In deze toestanden straalt het atoom niet. Verandering van de energie-inhoud is alleen mogelijk als het atoom van de ene in de andere stationnaire toestand overgaat.
- 2) Bij overgang van een "hogere" naar een "lagere" stationnaire toestand wordt de vrijgekomen energie uitgestraald als een lichtquantum $h\nu$.

Als voorbeeld beschouwen we het eenvoudige geval van het waterstofatoom waarvan de kern bestaat uit één proton waaromheen zich één elektron op een cirkelbaan beweegt. Hierbij moet de centripetale kracht gelijk zijn aan de aantrekkingskracht, dus:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon r^2} \quad (6.2)$$

Hierin is v de snelheid, m de massa en r de straal van de cirkelbaan van het elektron. De potentiaal op afstand r van de kern is volgens (3.8) gelijk aan

$\frac{e}{4\pi\epsilon r}$, zodat voor de potentiële energie W_p van het elektron geldt:

$$W_p = -e V = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon r} \quad (6.3)$$

De kinetische energie W_k van het elektron volgt uit:

$$W_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad (6.4)$$

Uit (6.2) zou volgen dat elke straal r mogelijk zou zijn, en dus ook elke waarde van W_p en W_k . Genoemde quantumvoorwaarden beletten dit echter. Zoals besproken moet nl. de lengte van de gesloten baan een geheel veelvoud van λ zijn, zie (6.1). Voor een cirkelbaan betekent dit dus:

$$2\pi r = n\lambda = n \frac{h}{mv} \quad (6.5)$$

waarin $n = 1, 2, 3$ enz.

Uit (6.2) en (6.5) volgt nu:

$$r = \frac{\epsilon n^2 h^2}{\pi^2 m e^2} \quad \text{en} \quad v = \frac{e^2}{2\epsilon n h} \quad (6.6)$$

Voor W_p en W_k geldt dan:

$$W_p = \frac{-m e^4}{4 \epsilon^2 n^2 h^2} \quad \text{en} \quad W_k = \frac{m e^4}{8 \epsilon^2 n^2 h^2} \quad (6.7)$$

Voor de totale energie geldt dan:

$$W_{\text{totaal}} = \frac{-m e^4}{8 \epsilon^2 n^2 h^2} \quad (6.8)$$

Wordt ook de beweging van de kern in de beschouwing getrokken, dan veranderen de formules in wezen niet; formule (6.8) b.v. wordt dan alleen met de faktor $\frac{M}{m+M}$ vermenigvuldigd als m en M de massa's van elektron en kern voorstellen.

Uit (6.7) en (6.8) blijkt inderdaad dat alleen diskrete energieniveaus mogelijk zijn. Deze zijn geheel bepaald door een getal n , het z.g. hoofdquantumgetal. De door (6.8) gegeven energie is negatief, in overeenstemming met het feit, dat energie aan het elektron toegevoerd moet worden om het uit het atoomverband te verwijderen. Het elektron is het sterkst gebonden voor $n = 1$; bij toenemende n wordt de binding zwakker.

In atomen die meerdere elektronen bevatten is de invloed, die een zeker elektron van de overige elektronen ondervindt, van zeer ingewikkelde aard. Bij benadering kan deze invloed vervangen worden door een centraalsymmetrische afscherming van het veld van de atoomkern.

Beschouwen we een atoom met kernlading Ze dat alle elektronen op één na verloren heeft, dan gaat formule (6.8) voor dit elektron over in:

$$W = - \frac{m Z^2 e^4}{8 \epsilon^2 n^2 h^2} \quad (6.9)$$

Het effect van bovengenoemde afscherming is niet alleen een verschuiving van de energieniveaus t.o.v. de waardes uit (6.9), maar bovendien een splitsing van deze niveaus.

Sommerfeld heeft aangetoond dat er bij elk hoofdquantumgetal n in totaal n mogelijke gequantiseerde banen zijn, en wel één cirkelbaan en $(n-1)$ ellipsvormige banen met successievelijk steeds grotere excentriciteit.

Behalve in een zuiver Coulombveld zullen deze ellipsbanen een praecessiebeweging om de kern uitvoeren, waarbij verschillende energieniveaus horen. Ter karakterisering hiervan heeft men een nevenquantumgetal l ingevoerd, waarbij l de waarden $(n-1)$, $(n-2)$ 0 kan hebben. De toestanden $l = 0, 1, 2, 3$ noemt men de s-, p-, d-, f- toestanden en men schrijft deze letters achter het hoofdquantumgetal.

Hiermee is het beeld nog niet volledig. We hebben ook nog te maken met de draaiing van het elektron om zijn eigen as; meestal aangeduid met het Engelse woord "spin".

De draaiingszin ervan kan gelijk of tegengesteld gericht zijn aan de omlooprichting van het elektron in zijn baan rond de kern. Dit betekent een splitsing van het energieniveau in tweeën. Ter karakterisering hiervan is het z.g. inwendige quantumgetal j ingevoerd, dat de waarden $l + \frac{1}{2}$ en $l - \frac{1}{2}$ kan hebben.

Bevindt het atoom zich bovendien nog in een uitwendig magnetisch veld, dan splitst elke j -toestand zich weer in $2l + 1$ toestanden, die met het richtingsquantumgetal m worden aangeduid.

Ter karakterisering van een elektron in een atoom zijn dus in het algemeen vier quantumgetallen n , l , j en m nodig. Bij elke combinatie van deze quantumgetallen hoort een bepaald energieniveau.

Van groot belang is tenslotte de verbodsregel van Pauli, die zegt dat de quantumgetallen van de elektronen in een atoom nooit geheel mogen overeenstemmen, of anders uitgedrukt: op elk energieniveau kan slechts één elektron voorkomen.

Dat de besproken theorie inderdaad een verklaring betekent voor het optreden van spectraallijnen in het spectrum van atomen blijkt b.v. uit formule (6.9).

Gaat het atoom uit een toestand bepaald door n_1 over in een toestand n_2 ($n_2 > n_1$), dan wordt de vrijkomende energie uitgezonden als een foton $h\nu$, waarbij de frekwentie ν volgt uit:

$$\nu = \frac{\Delta W}{h} = \frac{m}{8 \epsilon^2} \frac{Z^2 e^4}{h^2} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \quad (6.10)$$

6.2 Aanslag en ionisatie

In het voorgaande is behandeld dat een atoom zich in verschillende energietoestanden kan bevinden. De "laagste" energietoestand noemt men de grondtoestand. In deze toestand bezetten de elektronen de laagste n , l toestanden die volgens het Pauliprincipe mogelijk zijn. Behalve in deze grondtoestand kan het atoom zich ook nog in hogere energietoestanden bevinden. Dit wordt een aangeslagen toestand genoemd omdat deze energierijkere toestand opgewekt kan worden door het atoom met deeltjes van voldoende snelheid, b.v. elektronen, te beschieten.

In een aangeslagen toestand is de elektronenconfiguratie van het atoom zodanig veranderd t.o.v. die in de grondtoestand, dat een zwak gebonden elektron op grotere afstand van de kern is gebracht.

Is de snelheid van het beschietende elektron laag dan verloopt de botsing elastisch. Hierbij wordt gemiddeld een fractie

$2 \frac{m}{M}$ van de energie van het elektron aan het atoom overgedragen waarbij m en M de massa van het beschietende elektron resp. het beschoten atoom is. Bij deze elastische botsing wordt slechts de translatie-energie van het atoom vergroot en blijft het atoom in zijn grondtoestand.

Bij bepaalde snelheden van de beschietende elektronen verloopt de botsing niet elastisch, doch kan de kinetische energie van het elektron worden aangewend om de inwendige energie van het atoom te vergroten, waarbij het atoom in een aangeslagen toestand komt. De minimum energie die nodig is om een atoom in een bepaalde aangeslagen toestand te brengen noemt men de aanslagenergie van de betreffende toestand en wordt meestal in de equivalente spanningsmaat V_a uitgedrukt.

Niet elke botsing van een elektron met "snelheid" V_a met een atoom leidt tot een aangeslagen toestand.

De waarschijnlijkheid P_a dat de botsing van een elektron met een atoom tot aanslag van een bepaald energieniveau voert is een functie van de elektronsnelheid.

In fig. 6.1 is deze functie aangegeven.

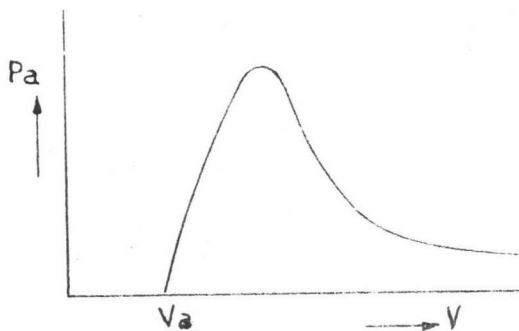


fig. 6.1

Beneden V_a is de aanslagwaarschijnlijkheid nul, terwijl deze maximaal is voor snelheden die slechts weinig groter zijn dan de aanslagspanning V_a .

Er zijn verschillende aangeslagen toestanden mogelijk, waarbij het energieniveau steeds hoger is en de betreffende aanslagspanning V_a eveneens.

Een aangeslagen atoom kan in het algemeen de opgenomen energie slechts zeer korte tijd bewaren. Het zal daarna deze energie weer afstaan door botsing met andere atomen, waarbij deze laatste in een aangeslagen toestand worden gebracht, of

door spontane overgang naar lagere energietoestanden waarbij de vrijkomende energie in de vorm van lichtquanta wordt uitgezonden.

Behalve door beschieting met elektronen of botsing met reeds aangeslagen atomen kan een atoom ook in een aangeslagen toestand worden gebracht door beschieting met snelle positieve ionen, snelle ongeladen deeltjes of door absorptie van straling (b.v. röntgenstraling - u.v. licht).

Een atoom in een aangeslagen toestand is nog steeds elektrisch neutraal; het bezit nog alle bij het atoom behorende elektronen. Wordt de energie van het beschietende deeltje echter gelijk aan de bindingsenergie van het, in de grondtoestand van het atoom, zwakst gebonden elektron, dan bestaat de mogelijkheid dit elektron uit het atoomverband te verwijderen. In deze toestand wordt het atoom ion genoemd. De minimale benodigde snelheid van het beschietende deeltje, nodig om dit te bereiken, wordt de eerste ionisatiespanning genoemd. De ionisatiewaarschijnlijkheid is evenals de aanslagwaarschijnlijkheid een functie van de elektronsnelheid en heeft hetzelfde karakter als fig. 6.1. Een atoom dat het zwakst gebonden elektron verloren heeft, kan zelf ook weer in een aangeslagen toestand gebracht worden en eventueel nogmaals geïoniseerd worden.

De ionisatie-energieën V_i voor het successief vrijmaken van het 1e, 2e, 3e ... enz. elektron, worden steeds groter. In tabel 6.1 zijn de ionisatiespanningen voor verschillende elementen aangegeven.

TABEL 6.1

Z	element	Ionisatiespanningen in Volt van het					
		1e	2e	3e	4e	5e	6e elektron
1	H	13,5	-	-	-	-	-
2	He	24,5	54,1	-	-	-	-
3	Li	5,4	75,3	121,8	-	-	-
8	O	13,6	34,9	54,9	77	113	137,5
11	Na	5,1	47,1	70,7	-	-	-
12	Mg	7,6	15	80	108,9	-	-
19	K	4,3	31,7	46,5	-	-	-
20	Ca	6,1	11,8	51	69,7	-	-
37	Rb	4,2	27,4	47	80	-	-
38	Sr	5,7	11	-	-	-	-
55	Cs	3,9	23,4	35	51	58	-
56	Ba	5,2	-	-	-	-	-
80	Hg	10,4	18,7	34,3	72	82	-

Het ioniseren van een atoom kan door alle eerder in deze paragraaf genoemde snelle deeltjes geschieden.

Wordt een lichtquantum van voldoende energie door het atoom geabsorbeerd zodat het atoom geïoniseerd wordt, dan spreekt men van fotoïonisatie. Is de energie van het lichtquantum juist gelijk aan de benodigde ionisatie-energie dan verlaat het elektron het atoom met snelheid nul. Worden lichtquanta met grotere $h\nu$ geabsorbeerd dan volgt de snelheid die het uitgetreden elektron maximaal kan hebben uit:

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h\nu - e V_i \quad (6.11)$$

Een aantal door fotoïonisatie vrijgemaakte elektronen zal een deel van hun energie door botsingen kunnen verliezen, zodat alle snelheden tussen nul en de door (6.11) bepaalde maximale snelheid voorkomen.

Uit (6.11) volgt dat fotoïonisatie alleen mogelijk is door absorptie van licht met een golflengte kleiner of gelijk aan een zekere grensgolflengte, welke volgt uit:

$$h\nu_{\text{grens}} = h \frac{c}{\lambda_{\text{grens}}} = e V_i$$

ofwel:

$$\lambda_{\text{grens}} = \frac{h c}{e V_i} \quad (6.12)$$

6.3 Het periodieke systeem

In de vorige paragrafen hebben we de mogelijke energietoestanden van een elektron beschouwd. Ook hebben we in tabel 6.1 de energieën beschouwd voor het successief vrijmaken van een elektron.

We kunnen ook de vrijmakingsenergie beschouwen van een of ander elektron als al de andere elektronen nog aanwezig zijn.

Het is op basis van deze laatstgenoemde energie dat men de elektronen rond de kern van een atoom in groepen of schillen indeelt.

We hebben reeds gezien dat in de grondtoestand van een atoom volgens de verbodsregel van Pauli in een n, l toestand maximaal $2(2l + 1)$ elektronen kunnen voorkomen.

Van elektronen, die een n, l toestand geheel vullen, zegt men, dat zij een afgesloten schil vormen.

De groepen van elektronen die een bepaald hoofdquantumgetal n hebben, worden aangeduid met de letters K, L, M, N, O, P, enz.

In elk van deze groepen is plaats voor maximaal $2n^2$ elektronen.

Het dichtst bij de kern bevindt zich de K-schil ($n = 1$) met maximaal 2 elektronen.

Verder van de kern verwijderd bevinden zich de L, M, N, O groepen met maximaal 8, 18, 32, 50 elektronen.

Het zal duidelijk zijn dat de vrijmakingsenergie van een elektron uit de K-schil van elementen met kleinere Z -waarde, kleiner is dan die van een element met hogere Z -waarde.

Voor een K-elektron van Wolfram met $Z = 74$ bedraagt dit 69,4 keV en voor K-elektronen van magnesium met $Z = 12$ "slechts" 1,3 keV.

Vergelijk dit ook eens met de ionisatiespanningen van het zwakst gebonden elektron uit de buitenste schil in tabel 6.1.

Door Mendelejeff werden de verschillende elementen in een systeem volgens opklimmend atoomgewicht gerangschikt. Hierbij werden periodiek elementen gevonden met analoge chemische eigenschappen; deze werden in verticale kolommen geplaatst. De horizontale rijen noemt men de periolen.

Door de moderne atoomtheorie zijn hierin kleine wijzigingen aangebracht door de elementen te rangschikken naar stijgende kernlading i.p.v. stijgend atoomgewicht.

In tabel 6.2 is dit z.g. periodieke systeem der elementen weergegeven. Voor elk symbool van een element is het rangnummer Z vermeld en eronder is het atoomgewicht aangegeven op basis zuurstof = 16.

De analogie in chemische eigenschappen tussen de elementen in een verticale kolom van tabel 6.2 is in eerste instantie terug te voeren tot de analogie van de elektronenconfiguratie, speciaal de elektronen uit de buitenste schil, de z.g. valentie-elektronen.

In tabel 6.3 zijn de elektronenconfiguraties van de elementen in de grondtoestand weergegeven naar de verschillende n, l combinaties.

Bij nadere beschouwing van deze elektronenconfiguraties blijkt dat men alle elementen ontstaan kan denken uit het waterstofatoom door hierin de kern te vervangen door de kern van het eerstvolgende element en tevens een elektron aan de periferie van het atoom toe te voegen.

TABEL 6.2
Het periodieke systeem der elementen.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	0
1	1 H 1,0080								2 He 4,003
2	3 Li 6,940	4 Be 9,02	5 B 10,82	6 C 12,01	7 N 14,008	8 O 16,000	9 F 19,000		10 Ne 20,183
3	11 Na 22,997	12 Mg 24,32	13 Al 26,97	14 Si 28,06	15 P 30,98	16 S 32,06	17 Cl 35,457		18 Ar 39,944
4	19 K 39,096 20 Cu 63,57	20 Ca 40,08 30 Zn 65,38	21 Sc 45,10 31 Ga 69,72	22 Ti 47,90 32 Ge 72,60	23 V 50,95 33 As 74,91	24 Cr 52,01 34 Se 78,96	25 Mn 54,93 35 Br 79,910	26 Fe 55,85 27 Co 58,94 28 Ni 58,69	36 Kr 83,7
5	37 Rb 85,48 47 Ag 107,860	38 Sr 87,63 48 Cd 112,41	39 Y 88,92 49 In 114,76	40 Zr 91,22 50 Sn 118,70	41 Nb 92,91 51 Sb 121,76	42 Mo 95,95 52 Te 127,61	43 Tc 101,7 53 J 126,92	44 Ru 101,7 45 Rh 102,91 46 Pd 106,7	54 Xe 131,3
6	55 Cs 132,91 79 Au 197,2	56 Ba 137,36 80 Hg 200,61	1e groep Z.A. 81 Tl 204,39	72 Hf 178,6 82 Pb 207,21	73 Ta 180,88 83 Bi 209,00	74 W 183,92 84 Po 210	75 Re 186,31 85 At*	76 Os 190,2 77 Ir 193,1 78 Pt 195,23	86 Em (222)
7	87 Fr*	88 Ra (226,05)	2e groep Z.A.						

Zeldzame aardmetalen:

57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm*	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Cf
138,92	140,13	140,92	144,27		150,43	152,0	156,9	159,2	162,46	164,94	167,2	169,1	173,04	174,94

89 Ac (227)	90 Th (232,12)	91 Pa (231)	92 U (238,07)	93 Np*	94 Pu*	95 Am*	96 Cm*	97 Bk*	98 Cf*	99	100 Cn*
----------------	-------------------	----------------	------------------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	----	---------

6.4 De vaste stof

In de vorige paragrafen zijn alleen individuele atomen besproken. Van praktisch belang zijn natuurlijk vooral samenstellingen van atomen. Als eerste dienen we dan het molecuul te beschouwen.

Een molecuul bestaat uit een aantal gelijke of ongelijke positief geladen kernen en een aantal negatief geladen elektronen. Vaak zullen bij moleculen, welke uit atomen met meerdere elektronen bestaan, niet alle elektronen beschouwd kunnen worden als behorende tot één kern.

Het aantal energietoestanden van het molecuul is veel groter dan bij atomen.

Niet alleen kunnen de elektronen verschillende configuraties vertonen, waarbij andere "elektronenniveaus" horen, doch de atomen van het molecuul kunnen ook nog vibreren, d.i. het periodiek naar elkaar toe en van elkaar af bewegen rond een evenwichtsstand.

Ook kan het molecuul in zijn geheel om assen door zijn zwaartepunt roteren.

De hiermee samenhangende vibratie- en rotatie-energieën kunnen volgens de quantumtheorie slechts bepaalde diskrete waarden hebben, waarbij de rotatie-energie meestal klein is t.o.v. de vibratie-energie.

Evenals atomen kunnen ook bij moleculen door botsing met snelle deeltjes of lichtabsorptie andere elektronentoestanden "aangeslagen" worden.

Bij overgang van een hoge naar een lage energietoestand wordt de daarbij vrijkomende energie als foton $h\nu$ uitgestraald.

Alle stoffen die deze eigenschap bezitten, noemt men fluorescerende stoffen of fosforen; het verschijnsel noemt men fluorescentie.

Het spectrum van een molecuul ziet er veel ingewikkelder uit dan van een atoom vanwege het grote aantal mogelijke energieniveaus. Op de bijzonderheden hiervan zullen we in dit bestek niet verder ingaan.

Een indeling van vaste stoffen is mogelijk op basis van het bindings-type van de elementen waaruit de vaste stof is opgebouwd. Zo onderscheidt men ionenbinding, atoombinding, molecuulbinding, metaalbinding en waterstofbinding.

Behalve bij de glasachtige stoffen is de rangschikking van de samenstellende delen van de vaste stof (atomen, moleculen of ionen) regelmatig, d.w.z. een bepaald patroon van de bouwstenen herhaalt zich voortdurend in de ruimte. Men spreekt van een kristalrooster. Op de verschillende types wordt in de ITO cursus Materialenkennis uitvoerig ingegaan.

Volgens de quantumtheorie kan ook in een vaste stof een elektron slechts bepaalde energiewaarden hebben.

Bepaalde energiegebieden zijn voor elektronen "verboden", andere "toegestaan".

Het aantal toegestane energiewaarden in een bepaald gebied, is zo groot en deze liggen zo dicht bij elkaar, dat men van een energieband spreekt.

Volgens het Pauli-principe kan elk niveau van een energieband door ten hoogste één elektron worden bezet.

Zijn nu alle niveaus van een energieband door elektronen bezet, dan zegt men dat deze band "bezet" of "vol" is.

Is geen enkel niveau van een band door elektronen bezet, dan spreekt men van een "onbezette" of "lege" band. Ook kan een band slechts gedeeltelijk bezet zijn.

Voor elke stof bestaan er verschillende energiebanden, waarvan de ligging en breedte afhangen van de chemische samenstelling en kristalstructuur. De schematische voorstelling van deze energiebanden noemt men een "bandenplaatje".

Hoofdstuk 7 Elektronenemissie

7.1 Elektrische geleiding

Elektrische geleiding komt tot stand door de beweging van vrije elektronen of de beweging van ionen. In het kader van dit hoofdstuk zullen we alleen de elektronengeleiding in vaste stoffen bespreken.

We beschouwen eerst nog eens de potentiële energie W_p van een elektron, de quantumvoorwaarden in eerste instantie buiten beschouwing latend. Voor het waterstofatoom is in 6.1 gevonden dat W_p omgekeerd evenredig is aan de afstand r tussen het elektron en de atoomkern.

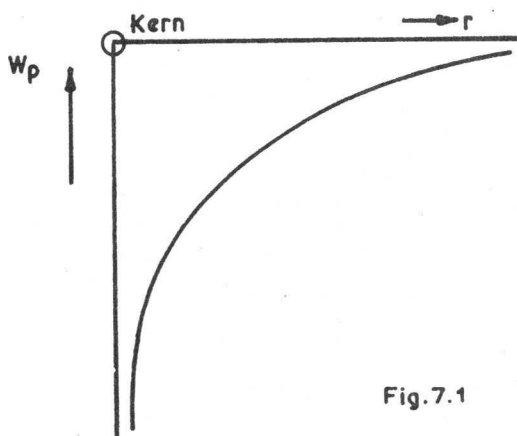


Fig.7.1

In fig. 7.1 is dit verloop weergegeven. Bij een atoom met $Z > 1$ wordt het beeld wat ingewikkelder, doch W_p blijft kwalitatief door fig. 7.1 bepaald. Binnen de elektronenwolk wordt W_p praktisch alleen door de kernlading Ze bepaald, en geldt dus:

$$W_p = \frac{-Ze^2}{4\pi\epsilon r}$$

Buiten de elektronenwolk wordt de potentiële energie t.g.v. een atoom waarvan een valentieelektron is verwijderd, zodat het resterende systeem in de ion-vorm overgaat, bepaald door de kernlading Ze minus de lading van de

resterende elektronen, dus $-(Z-1)e$. Dus geldt hier:

$$W_p = \frac{-e\{Ze - (Z-1)e\}}{4\pi\epsilon r} = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon r}$$

We beschouwen nu de potentiële energie W_p van een elektron dat zich tussen 2 ionen in bevindt. W_p kan nu worden voorgesteld door de

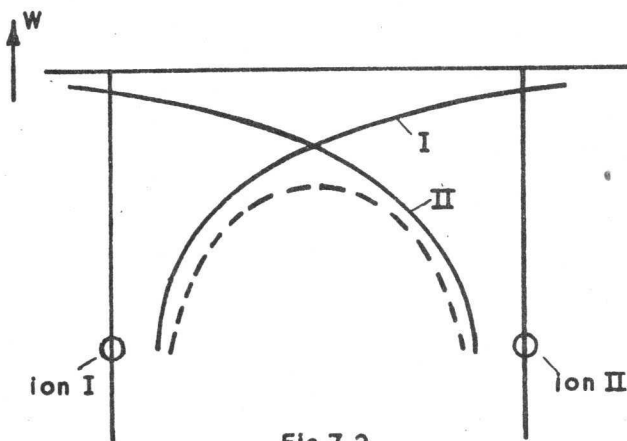


Fig.7.2

stippellijn in fig. 7.2, die de superpositie is van de kurven I en II, ofwel de pot. energie t.o.v. ion I en ion II. Beschouwen we nu een netwerk van ionen, ofwel een kristalrooster, dan kan de potentiële energie van een elektron op de verbindingslijn van de kernen worden voorgesteld door fig. 7.3.

In vergelijking met de stippellijn in fig. 7.2 zijn de toppen in fig. 7.3 iets afgeplat t.g.v. de invloed van de omringende ionen. Uit fig. 7.3 volgt dat een elektron in de nabijheid van een ion slechts een beperkte

bewegingsvrijheid geniet; het ziet een grote potentiaalbarrière voor zich.

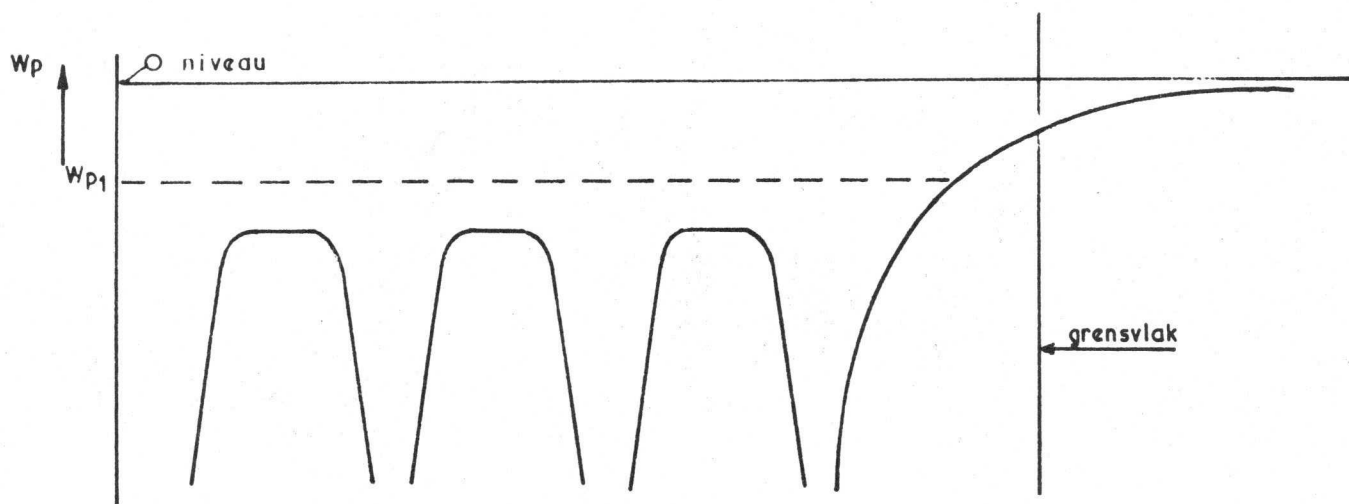


Fig.7.3

Anders is het gesteld met de elektronen in de buitenste elektronenschillen. Deze kunnen een zo grote potentiële energie, b.v. W_{p1} , bezitten dat ze niet aan één bepaald ion zijn gebonden, doch zich vrij binnen het kristalrooster kunnen bewegen; dit zijn de in hoofdstuk 2 reeds besproken geleidingselektronen bij geleiders. Opgemerkt moet nog worden dat de potentiële energie aan het grensvlak van de geleider stijgt, omdat zich rechts van het grensvlak geen ionen meer bevinden. Hierdoor kunnen zelfs de elektronen met potentiële energie W_{p1} niet zonder meer uittreden.

Op basis van het elektrische geleidingsvermogen kunnen de vaste stoffen worden ingedeeld in geleiders, halfgeleiders en isolatoren.

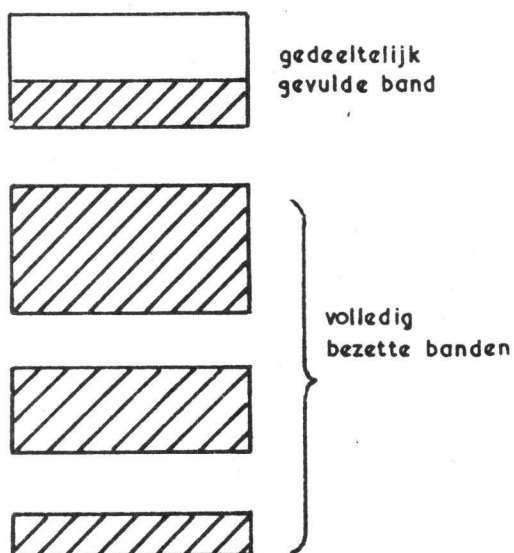
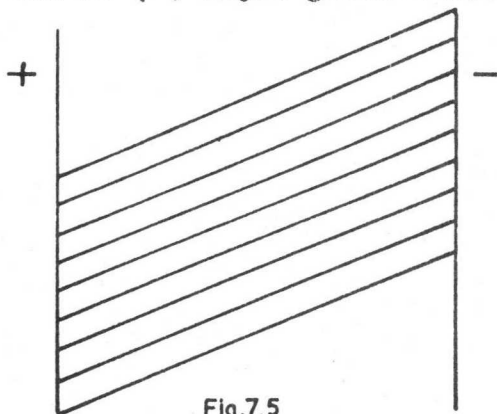


Fig.7.4

In fig. 7.4 is het bandenplaatje van een geleider aangegeven. Karakteristiek voor een geleider is de bovenste gedeeltelijk gevulde band, waarin dus nog een aantal vakante niveaus aanwezig zijn. De energieniveaus liggen in deze band zo dicht bijeen, dat een uiterst kleine energie al voldoende is om een elektron naar een hoger niveau te doen overgaan. Dit gebeurt al onder invloed van de temperatuur. Bij 0°K zullen alleen de laagste niveaus geheel gevuld zijn, terwijl bij hogere temperatuur een aantal elektronen ook hogere energieniveaus innemen. Zijn deze voldoende hoog, dan worden deze elektronen vrij beweeglijk binnen het kristalrooster; dit zijn dus de geleidingselektronen.

Wanneer een uitwendig potentiaalverschil wordt aangelegd tussen de uiteinden van een geleider, dan zullen de energieniveaus aan de (-) kant worden verhoogd, doordat de elektronen daar een hogere potentiële energie verkrijgen.

Aan de (+) zijde gebeurt het omgekeerde, zodat hiermee een beeld



als in fig. 7.5 ontstaat. De geleidingselektronen kunnen nu bewegen in de richting van de (+) kant van de geleider.

Hierbij neemt de kinetische energie toe en de potentiële energie af. De energie van zo'n bewegend elektron blijft niet konstant omdat het elektron door botsingen energie verliest die in warmte wordt omgezet. Ook worden er elektronen verstrooid. Deze botsingen vormen de weerstand van de geleider.

Fig.7.5

De elektronenstroom is evenredig met het aantal vrije elektronen en met de gemiddelde vrije weglengte in het kristalrooster. Hieronder verstaat men de in een zekere, voldoende lange, tijd totaal afgelegde baanlengte gedeeld door het aantal ongestoord afgelegde wegen. Bij het absolute nulpunt zijn de atomen van het kristalrooster in rust, de vrije weglengte dus zeer groot en de geleidbaarheid dus ook. Bij hogere temperatuur neemt de vrije weglengte af en de geleidbaarheid dus ook.

Bij een isolator hebben we te maken met een aantal volledig bezette en enkele totaal lege banden.

De energiesprong van het bovenste bezette niveau van de valentieband tot het eerstvolgende onbezette niveau van de geleidingsband is t.g.v. de grote binding tussen deze elektronen in het kristalrooster zo groot, dat het voor deze elektronen zeer moeilijk is deze energie te verkrijgen uit de warmtebeweging of uit een uitwendig veld.

De begrippen geleider en isolator zijn relatief; alle isolatoren hebben toch enige geleidbaarheid, die vaak snel stijgt bij toenemende temperatuur.

Tenslotte hebben we nog te maken met de halfgeleiders. Het bandenplaatje van een halfgeleider bestaat, evenals bij isolatoren, uit een aantal volledig bezette banden. De energiesprong tussen de valentieband en de geleidingsband is als regel kleiner dan bij zuivere isolatoren en een elektron kan door toevoeging van thermische of optische energie van de valentieband in de geleidingsband springen. In de valentieband blijft dan een lege plaats of gat achter, dat door andere elektronen uit de valentieband weer kan worden opgevuld. Deze elektronengeleiding binnen de valentieband is ook op te vatten als een beweging van positieve ladingdragers met lading e ; men spreekt van gatengeleiding. Het beschreven verschijnsel treedt op bij de z.g. intrinsieke halfgeleiders, zoals silicium.

Het aantal elektronen dat op deze wijze in de geleidingsband kan springen neemt met de temperatuur sterk toe en overtreft het effect van de verstrooiing en afremming van de elektronen, zodat de geleidbaarheid bij stijgende temperatuur stijgt, in tegenstelling tot de metalen geleiders.

Ook kunnen zich onder bepaalde omstandigheden tussen de bovenste volle valentieband en de eerstvolgende lege geleidingsband extra niveaus bevinden. In fig. 7.6 is dit aangegeven. Dit geval doet zich voor indien het kristalrooster van een halfgeleider "verontreinigd" is door vreemde atomen of door een overmaat van een der samenstellende atomen.

Men spreekt hier van "impurity" halfgeleiders.

Deze extra niveaus bevinden zich ofwel dicht bij de volle valentieband, zg. P-niveaus, ofwel dicht bij de lege geleidingsband, zg. N-niveaus.

Een N-type halfgeleider ontstaat b.v. wanneer een atoom in het rooster van het 4-waardige Silicium vervangen wordt door een 5-waardig Arseen atoom. Het arseen-atoom heeft één elektron meer in de buitenste schil dan het silicium atoom. Dit elektron verbreekt het continuum van het Si-rooster en heeft daardoor een hogere energie. (anders gezegd: is minder stabiel) dan de overige omringende valentie-elektronen. Er is daardoor maar weinig energie nodig om de binding van dit extra elektron met de As-kern te verbreken ($\approx 0,04$ eV), waardoor het vrij wordt, dus in de geleidingsband komt. Deze extra elektronen bevinden zich bij 0° Kelvin op z.g. N-energieniveaus dicht bij de geleidingsband, en kunnen bij hogere temperatuur in de geleidingsband springen. De hiervoor benodigde energie van 0,04 eV wordt geleverd door de warmtebeweging van het kristalrooster. Boven een bepaalde temperatuur zullen de Cs centra dus alle elektronen hebben afgegeven aan de geleidingsband. Het aanvankelijk 5 valentie-elektronen bevattende As-centrum fungeert dus a.h.w. als donor voor de elektronen van de N-niveaus. De aanduiding N-niveau of

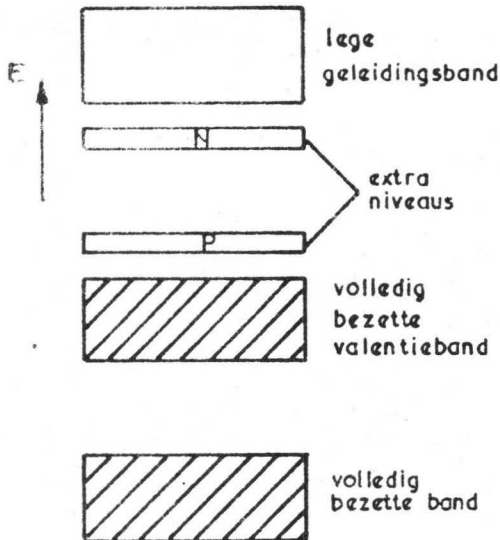


Fig.7.6

N-type halfgeleider heeft betrekking op de negatieve lading van de bewegende ladingdrager; vandaar ook de naam elektronen-halfgeleider.

Een P-type halfgeleider ontstaat b.v. wanneer een atoom in het rooster van het 5-waardige Antimoon (Sb) vervangen wordt door een 1-waardig Caesium atoom.

In het Sb-rooster ontstaat weer een diskontinuiteit. Er bestaat een sterke neiging de enkelvoudige Cs-schil op te vullen met een valentie-elektron van een Sb atoom, waarbij er bij dit Sb atoom dus een onbezette plaats, achterblijft. Het Cs-centrum fungeert dus a.h.w. als acceptor voor een elektron.

Door het ontbreken van een elektron aan de buitenste schil van een Sb atoom bevindt zich daar a.h.w. een gat, wat men door de afwezigheid van de (-) lading kan opvatten als een (+) ladingsdrager.

In een elektrisch veld beweegt een gat zich in tegengestelde richting als een elektron. De aanduiding P-type halfgeleider heeft betrekking op de positieve lading van het "bewegende" gat.

Wordt dit gat door een naburig elektron opgevuld, dan ontstaat er op de plaats waar het buurelektron vandaan kwam een nieuw gat, enz. Men kan dus spreken van gatengeleiding, waarbij echter alleen de toestand, het gat, beweegt.

Voor de overgang van het elektron van de gevulde Sb buitenschil naar de lege Cs schil is een gering energiebedrag nodig, wat wederom door de warmtebeweging geleverd kan worden. Het acceptor niveau, of P-niveau, ligt dan iets boven de valentieband. (Anders gezegd: deze binding is minder stabiel).

Omgekeerd kunnen we ook zeggen dat het springen van een elektron naar een P-niveau overeenkomt met een afgeven van een gat door dit P-niveau aan de valentieband.

7.2 Geleidingselektronen in metalen

In de klassieke theorie werd verondersteld dat de geleidingselektronen opgevat konden worden als een "elektronengas" met een snelheidsverdeling volgens Maxwell. Hierbij zou de gemiddelde kinetische energie per elektron $\frac{3}{2} kT$ bedragen. (k = konstante van Boltzmann, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ joule/oK). Bij het absolute nulpunt zou de kinetische energie dus nul zijn. Deze theorie is niet houdbaar gebleken, de geleiding bij $0^\circ K$ is immers geenszins nul.

Fermi en Dirac kwamen op grond van quantum-mechanische statistische overwegingen tot een meer bruikbare energie- of snelheidsverdeling". Volgens deze theorie kan de kinetische energie van de geleidingselektronen een groot aantal diskrete waarden hebben, tussen nul en een zeker maximum; tussengelegen waarden zijn niet mogelijk.

In een drie-dimensionaal kristalrooster is het aantal mogelijke energieniveaus zo groot dat het zin heeft te spreken over de waarschijnlijkheid P dat een bepaald niveau van kinetische energie tussen W en $W + dW$ in de geleidingsband door een elektron "bezet" is.

Volgens Fermi-Dirac is bij $0^\circ K$ deze waarschijnlijkheid gelijk aan 1 tot een niveau W_i , het z.g. Fermi niveau, en daarboven gelijk aan nul.

Bij hogere temperaturen verandert P maar weinig. De waarschijnlijkheid P wordt uitgedrukt door de volgende formule:

$$P = \frac{1}{1 + \exp. \frac{W - W_i}{kT}} \quad (7.1)$$

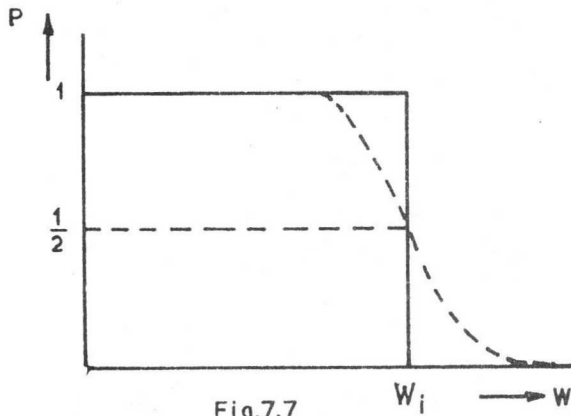


Fig.7.7

In fig. 7.7 is P uitgezet voor $T = 0$ (getrokken kurve) en voor een zekere temperatuur (gestippelde kurve).

Uit (7.1) volgt dat bij iedere temperatuur geldt: $P = \frac{1}{2}$ voor $W = W_i$.

Uit (7.1) kan worden afgeleid het aantal elektronen per volume-eenheid

dN_W met een kinetische energie tussen W en $W + dW$.

Deze z.g. Fermi-Dirac verdeling luidt

$$dN_W = \frac{8 \pi \sqrt{2} \cdot m^{3/2}}{h^3} \cdot \frac{\sqrt{W} dW}{1 + \exp. \frac{W - W_i}{kT}} \quad (7.2)$$

In deze formule is m de massa van het elektron en h de konstante van Planck.

De waarde van W_i is volgens een berekening van Sommerfeld:

$$W_i = \frac{h^2}{8m} \left(\frac{3n}{\pi} \right)^{2/3} = 3,63 \cdot 10^{-19} n^{2/3} \cdot eV \quad (7.3)$$

Hierin is n het aantal vrije elektronen per m^3 van het metaal. De equivalente spanningsmaat van W_i wordt aangeduid met φ_i ; blijkbaar geldt dus

$$W_i = e \varphi_i \quad (7.4)$$

Bij metalen is n in de orde van 10^{23} , zodat φ_i in de ordegröote 8 à 9 Volt is; bij Wolfram bedraagt φ_i 8,9 Volt.

Bij temperatuurverhoging zet het metaal uit, waarbij n iets afneemt en φ_i dus toeneemt. Aangenomen wordt dat deze temperatuurafhankelijkheid lineair is met een temperatuurcoëfficiënt van ongeveer 10^{-4} Volt/graad.

Uit (7.2) volgt bij $T = 0$ dat $\frac{dN_w}{dW}$ evenredig is met \sqrt{W} voor $W < W_i$ en gelijk is aan nul voor $W > W_i$.

In fig. 7.8 is $\frac{dN_w}{dW}$ als funktie van W aangegeven voor enkele temperaturen. Ter vergelijking is voor $T = 3600^\circ K$ ook de Maxwell-verdeling aangegeven (-.- kurve)

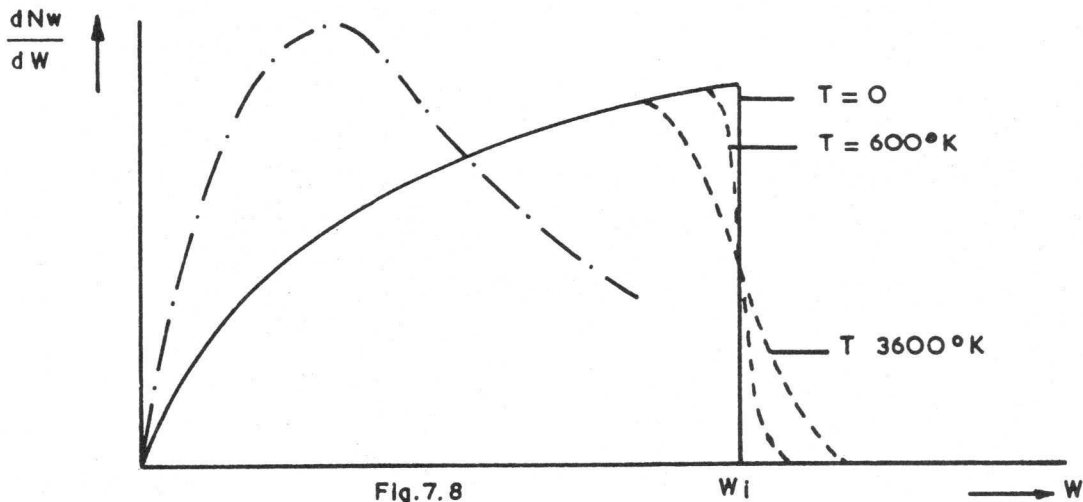


Fig. 7.8

Uit (7.2) volgt nog dat voor $W = W_i$ geldt:

$$\frac{dN_w}{dW} = \frac{4\pi\sqrt{2}}{h^3} m^{3/2} \sqrt{W_i} \quad (7.5)$$

Merk op dat (7.5) geldt onafhankelijk van de temperatuur, terwijl de waarde van $\frac{dN_w}{dW}$ gelijk is aan de helft van de maximum waarde van

$$\frac{dN_w}{dW} \text{ bij } T = 0 \text{ voor } W = W_i.$$

Voorts geldt dat het oppervlak ingesloten door een der kurves en de horizontale as voor alle temperaturen gelijk is; dit oppervlak is nl. het totale aantal elektronen per volume-eenheid.

7.3 De uittreepotentiaal

Om een elektron uit het atoomverband vrij te maken; is een bepaalde energie W_a nodig om de elektrische krachten aan het metaaloppervlak te overwinnen. Om deze W_a te berekenen, beschouwen we een elektron op een afstand x van het metaaloppervlak. Op dit oppervlak wordt dan een positieve lading geïnfluenceerd, welke het elektron aantrekt; deze kracht wordt de beeldkracht genoemd. Teneinde deze te berekenen, bedenken we dat het veld tussen het elektron en metaaloppervlak niet verandert indien een positieve lading $+e$ op dezelfde afstand x achter het metaaloppervlak wordt gebracht en het metaaloppervlak dan wordt verwijderd. Uit deze beschouwing volgt voor de beeldkracht volgens 2.3):

$$K = 4\pi\epsilon_0 \frac{-e^2}{(2x)^2} = \frac{-e^2}{16\pi\epsilon_0 x^2} \quad (7.6)$$

Formule (7.6) geldt alleen indien x groter is dan enkele malen de afstand tussen de metaal-atomen.

Voor kleinere x komt het elektron nl. in de krachtsfeer van de metaal-atomen. Van deze kracht is weinig bekend.

Volgens Schottky kan de kracht op het elektron beschreven worden door (7.6) tot een zekere afstand x_0 . Voor $x < x_0$ stelt hij de kracht konstant,

en wel gelijk aan de waarde in het punt x_0 , dus: $K = \frac{-e^2}{16\pi\epsilon_0 x_0^2}$.

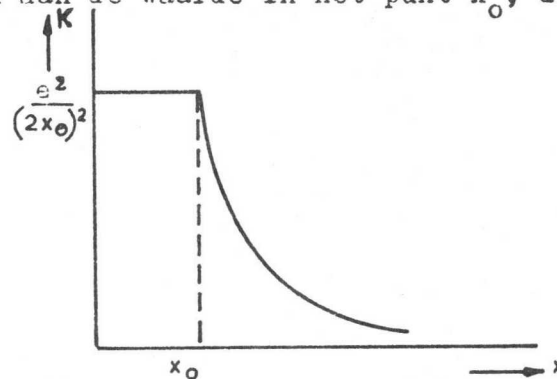


Fig.7.9

Voor de arbeid die nodig is om een elektron van het metaaloppervlak te brengen naar een punt waar het elektron niet meer door het metaaloppervlak wordt aangetrokken, geldt dus:

$$W_a = \int_0^{\infty} K dx = \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \int_0^{x_0} \frac{e^2}{x_0^2} dx + \frac{1}{16\pi\epsilon_0} \int_{x_0}^{\infty} \frac{e^2}{x^2} dx$$

ofwel:

$$W_a = 8\pi\epsilon_0 \frac{e^2}{x_0} \quad (7.7)$$

De equivalente spanningsmaat van W_a wordt aangeduid met φ_a ; blijkbaar geldt dus:

$$W_a = e\varphi_a \quad (7.8)$$

Zoals verwacht kan worden is x evenredig met de afstand tussen de metaal-atomen. Immers bij grotere afstand tussen de metaal-atomen zal een elektron reeds op grotere afstand de invloed van de atomistische structuur van het metaal ondervinden.

Metalen met een grote atoomafstand hebben dus een kleine φ_a . Voor Wolfram bedraagt φ_a 13,4 Volt.

Een elektron kan uit een metaal treden indien zijn snelheidskomponent v_x loodrecht op het oppervlak zo groot is dat:

$$\frac{1}{2} m v_x^2 \geq W_a \quad (7.9)$$

Bij het absolute nulpunt is $\frac{1}{2} m v^2$ maximaal W_i . Opdat het elektron dus voldoende energie krijgt om uit te kunnen treden, zal dus minimaal een energie $W_a - W_i$ aan het elektron toegevoegd moeten worden.

De z.g. minimale vrijmakingsarbeid is dus:

$$W_{\min} = W_a - W_i \quad (7.10)$$

De equivalente spanningsmaat van W_{\min} wordt aangeduid met Φ en wordt de uittreepotentiaal of drempelpotentiaal genoemd.

Uit (7.4) en (7.8) volgt dus:

$$\left. \begin{aligned} e\Phi &= W_a - W_i \\ \text{of} \\ \Phi &= \varphi_a - \varphi_i \end{aligned} \right\} (7.11)$$

Voor Wolfram bedraagt Φ 13,4 - 8,9 = 4,5 Volt.

De naam uittreepotentiaal kan nader worden verklaard m.b.v. figuur 7.10. Hierin is het potentiaalverloop aan het homogeen onderstelde oppervlak van een emitterend lichaam aangegeven. Een positieve potentiaal is naar beneden uitgezet, zodat deze figuur tevens de potentiële energie van een elektron weergeeft. Een elektron met een kinetische energie $e\Phi_1$ kan een afstand d_1 buiten het metaal juist bereiken, doch kan eerst uittreden wanneer zijn energie $e\Phi$ wordt.

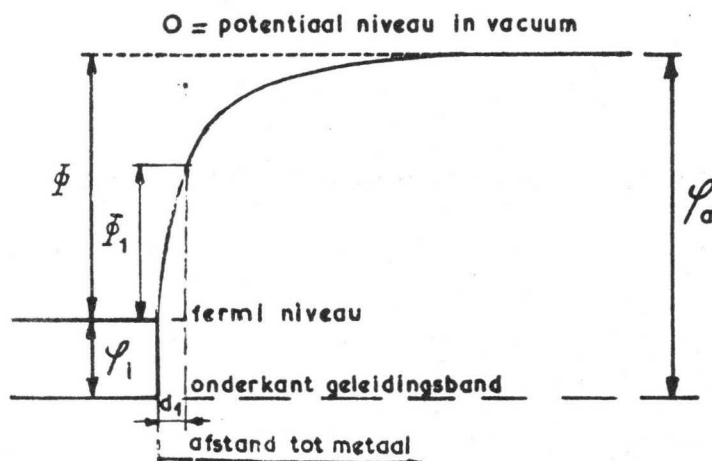


Fig. 7.10

In deze figuur stelt φ_a de potentiaalsprong voor die een elektron met snelheid nul in de geleidingsband moet overwinnen om het metaal te verlaten. Elektronen die zich op het Fermi-niveau bevinden hoeven slechts een potentiaalsprong $\bar{\phi} = \varphi_a - \varphi_i$ te overwinnen om uit te treden.

De uittreepotentiaal neemt toe indien de afstand tussen de kernen in het kristalrooster afneemt.

Ook is de uittreepotentiaal niet geheel onafhankelijk van de temperatuur, zoals reeds aangeduid bij de bespreking van de formules (7.3) en (7.4). Voor metalen neemt $\bar{\phi}$ ongeveer lineair met de temperatuur toe volgens:

$$\bar{\phi} = \bar{\phi}_0 + \alpha T \quad (7.12)$$

Hierin is α in de orde van 10^{-4} Volt/graad.

Bij een bepaald metaal en bepaalde temperatuur varieert de uittreepotentiaal nog voor de verschillende kristalvlakken. De experimenteel bepaalde uittreepotentiaal is meestal een gemiddelde waarde over alle kristalvlakorientaties.

In tabel 7.1 is $\bar{\phi}_0$ voor een aantal elementen uit de 8 groepen van het periodiek systeem vermeld.

Tabel 7.1

Uittreepotentiaal $\bar{\phi}_0$ van de elementen (in Volt)							
Groep I	Groep II	Groep III	Groep IV	Groep V	Groep VI	Groep VII	Groep VIII
Li 2,4	Be 3,9	Al 3,9	Ti 3,9	V 4,1	Cr 4,6	Mn 4,0	Fe 4,5
Na 2,3	Mg 3,6		Zr 4,1	Cb 4,0	Mo 4,2	Re 4,7	Co 4,4
K 2,2	Ca 3,2	Ga 3,8	Hg 3,5	Ta 4,1	W 4,5		Ni 4,6
Rb 2,2	Sr 2,6		Th 3,4	As 5,2	U 3,3		Rh 4,8
Cs 1,9	Ba 2,5		C 4,4	Sb 4,4			Pd 4,9
Cu 4,6	Zn 4,3	La 3,3	Si 3,6	Bi 4,6			Os 5,9
Ag 4,5	Cd 4,1	Ca 2,8	Ge 4,8				Ir 5,5
Au 4,9	Hg 4,5	Pr 2,7	Sn 4,4				Pt 5,3
			Pb 4,0				

7.4 De termische verzadigingsemissie

De voor het uittreden van elektronen minimaal benodigde vrijmakingsarbeid kan o.a. worden toegevoegd door de temperatuur van het metaal te verhogen; men noemt dit termische elektronenemissie.

We beschouwen een metaal, verder katode te noemen, bij een zekere temperatuur en noemen dN_x het aantal elektronen per volume-eenheid met een snelheidskomponent loodrecht op het katode-oppervlak, de x-richting te noemen, tussen v_x en $v_x + dv_x$.

Hiervoor wordt in 7.4.1 gevonden

$$dN_x = \frac{C \cdot k \cdot T \cdot dv_x}{2m} \ln(1 + \exp. - u) \quad (7.13)$$

met

$$C = \frac{8 \pi m^3}{h^3} \quad (7.14)$$

en

$$u = \frac{\frac{1}{2} m v_x^2 - W_i}{kT} \quad (7.15)$$

Nu volgt het aantal elektronen dL_x , die met een snelheidskomponent tussen v_x en $v_x + dv_x$ per tijdseenheid een eenheid van oppervlakte passeren uit:

$$dL_x = v_x dN_x \quad (7.16)$$

zodat voor de stroomdichtheid J_s volgt:

$$J_s = \int_{v_1}^{\sim} e v_x dN_x \quad (7.17)$$

Hierin is v_1 de snelheid van die elektronen die juist de energie W_a kunnen opbrengen dus:

$$\frac{1}{2} m v_1^2 = W_a \quad (7.18)$$

Bij de uitwerking in 7.4.1 wordt gevonden:

$$J_s = A_0 T^2 \exp. - \frac{e\bar{\phi}}{kT} \quad (7.19)$$

met

$$A_0 = \frac{4\pi}{h^3} \frac{e}{m} k^2 \quad (7.20)$$

Substitutie van (7.12) leidt tot:

$$J_s = A_0 T^2 \exp \frac{\alpha}{k} \exp. - \frac{e\bar{\phi}_0}{kT} \quad (7.21)$$

Stellen we:

$$A = A_0 \exp - \frac{\alpha}{k} \quad (7.22)$$

dan gaat (7.21) over in:

$$J_s = A T^2 \exp. - \frac{e\bar{\phi}_0}{kT} \quad (7.23)$$

Dit is de formule van Richardson-Dushman voor de z.g. verzadigingsstroomdichtheid.

De konstanten A en $\bar{\phi}_0$ uit formule (7.23) kunnen experimenteel worden bepaald door J_s te meten als functie van de temperatuur en $\ln \frac{J_s}{T^2}$ uit te zetten tegen $\frac{1}{T}$. De rechte die zo wordt verkregen, noemt men een Richardsonlijn. Uit (7.23) volgt immers:

$$\ln \frac{J_s}{T^2} = \ln A - \frac{e\bar{\phi}_0}{kT} \quad (7.24)$$

Het verband tussen $\ln \frac{J_s}{T^2}$ en $\frac{1}{T}$ is dus lineair. Uit de helling van deze rechte volgt $\bar{\phi}_0$ en door extrapolatie naar $\frac{1}{T} = 0$ volgt A.

De waarde van A_0 bedraagt volgens (7.20) ongeveer 120, en met

$\alpha = 10^{-4}$ Volt/graad volgt voor A ongeveer 40. De experimentele bepaling van A door extrapolatie is vrij onnauwkeurig.

Of de gevonden afwijkingen gezocht moeten worden in moeilijkheden bij het verkrijgen van een schoon oppervlak, of in een andere waarde voor α is meestal niet duidelijk. Verschillende onderzoekers schrijven lagere waarden voor A ook gedeeltelijk toe aan elektronenreflectie aan het katode-oppervlak.

In de praktijk vergelijkt men vaak katodes bij een bepaalde temperatuur en men berekent dan uit de gemeten verzadigingsstroom die waarde ϕ_e , die volgt uit:

$$J_s = 120 T^2 \exp - \frac{e \phi_e}{kT} \quad (7.25)$$

De zo gevonden uittreepotential ϕ_e noemt men de effectieve uittreepotential.

In het praktisch gebruikte temperatuurgebied is steeds $e \phi_e \gg kT$, zodat de verzadigingsstroom vrijwel geheel door de exponentiële term $\frac{e \phi_e}{kT}$ wordt bepaald.

Dit betekent dat J_s sterk met de temperatuur varieert en wel des te sterker naarmate ϕ_e groter is.

Het volgende rekenvoorbeeld moge dit verduidelijken. Uit (7.23) volgt voor de verhouding van de verzadigingsstromen bij twee verschillende temperaturen

$$\frac{J_2}{J_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 \exp \frac{e \phi_e}{kT_1} \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)$$

Voor Wolfram geldt bij $T_1 = 2400^\circ\text{K}$:

$$J_1 = 60 \cdot 2400^2 \exp(-22) \approx 0,1 \text{ A/cm}^2$$

Bij 10% temperatuurverhoging geldt dan:

$$\frac{J_2}{J_1} = \left(\frac{2640}{2400}\right)^2 \exp 22 \left(1 - \frac{2400}{2640}\right) = 1,21 \exp 2 \approx 8,8$$

Een materiaal dat bij een A van 60 een verzadigingsstroom van $0,1 \text{ A/cm}^2$ reeds levert bij 1000°K heeft een ϕ_e van 1,7, zodat

$$\frac{e \phi_e}{kT} \approx 20,2 \text{ bedraagt.}$$

Bij 10% temperatuurverhoging geldt dan:

$$\frac{J_2}{J_1} = \left(\frac{1100}{1000}\right)^2 \exp 20,2 \left(1 - \frac{1000}{1100}\right) = 1,21 \exp 1,84 \approx 7,5$$

7.4.1 Afleiding van de formule van Richardson - Dushman

Van elk elektron zetten we de componenten v_x , v_y en v_z van de snelheid langs drie onderling loodrechte assen uit, zie fig. 7.11, zodat ieder punt korrespondeert met één elektron met een bepaalde snelheid. We noemen dit de snelheidsruimte

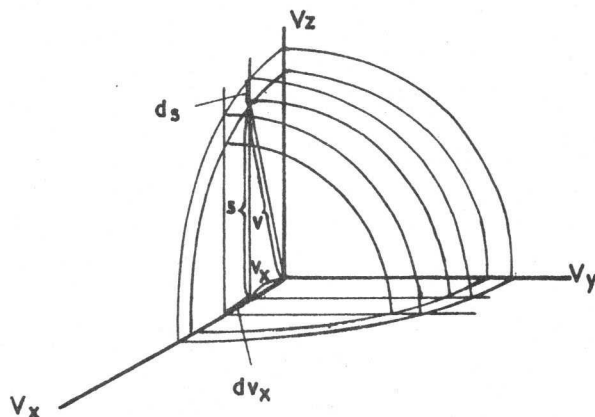


Fig.7.11

Per volume-eenheid van de katode zijn er dN_v elektronen met totale snelheid tussen v en $v + dv$.

Deze dN_v elektronen zijn in de snelheidsruimte verdeeld over een bolschil met straal v en dikte dv met een inhoud van $4\pi v^2 dv$. Er wordt geen richtingsvoorkeur verondersteld; dus is in de schil een konstante dichtheid van $\frac{dN_v}{4\pi v^2 dv}$ elektronen per volume-eenheid van de snelheidsruimte.

De elektronen met een snelheidskomponent in de x-richting tussen v_x en $v_x + dv_x$ bevinden zich in de snelheidsruimte in een vlakke schijf ter dikte dv_x loodrecht op de v_x -as. Deze schijf verdelen we in concentrische ringen met straal s . De inhoud van één ring is $2\pi s ds dv_x$.

Het aantal elektronen in deze ring, N_{ring} , is dus gelijk aan:

$$N_{ring} = 2\pi s ds dv_x \frac{dN_v}{4\pi v^2 dv} \quad (7.26)$$

Nu volgt $\frac{dN_v}{dv}$ uit (7.2) door te bedenken dat $W = \frac{1}{2} m v^2$, dus $dW = mv dv$.

Voor $\frac{dN_v}{dv}$ volgt dus:

$$\frac{dN_v}{dv} = \frac{C v^2}{1 + \exp.\frac{W-W_i}{kT}} \quad (7.27)$$

met

$$C = \frac{8\pi m^3}{h^3} \quad (7.14)$$

Substitutie van (7.27) in (7.26) geeft:

$$N_{\text{ring}} = \frac{1}{2} \frac{C s ds dv_x}{1 + \exp\left(\frac{W - W_1}{kT}\right)} \quad (7.28)$$

Het totale aantal elektronen dN_x in de schijf tussen v_x en $v_x + dv_x$ volgt dus uit:

$$dN_x = \frac{1}{2} C dv_x \int_{s=0}^{s \sim} \frac{s ds}{1 + \exp\left(\frac{W - W_1}{kT}\right)} \quad (7.29)$$

waarbij:

$$W = \frac{1}{2} m (v_x^2 + s^2) \quad (7.30)$$

Uit (7.15) en (7.30) volgt dan:

$$\frac{W - W_1}{kT} = u + \frac{1}{2} m s^2$$

We stellen nu

$$t = u + \frac{\frac{1}{2} m s^2}{kT}$$

zodat volgt:

$$dt = \frac{m s ds}{kT}$$

Substitutie van (7.31) in (7.29) geeft:

$$\frac{dN_x}{dv_x} = \frac{C kT}{2m} \int_{t=u}^{t \sim} \frac{dt}{1 + \exp t} \quad (7.32)$$

Uitwerking hiervan geeft:

$$\frac{d N_x}{d v_x} = \frac{C kT}{2 m} \ln (1 + \exp - u) \quad (7.33)$$

Voor de stroomdichtheid J_s volgt dan uit (7.17) en (7.33)

$$J_s = \frac{C kT e}{2 m} \int_{v_1}^{\sim} v_x \ln (1 + \exp - u) d v_x \quad (7.34)$$

waarin v_1 door (7.18) is gegeven.

$$\text{Stel nu: } a = \exp - u \quad (7.35)$$

dan volgt uit (7.15) en (7.35):

$$v_x \cdot d v_x = - \frac{kT}{m} \frac{da}{a} \quad (7.36)$$

met behulp van (7.35) en (7.36) volgt dan voor J_s :

$$J_s = \frac{C e k^2 T^2}{2 m^2} \int_{a_1}^{\sim} \frac{\ln (1 + a)}{a} da \quad (7.37)$$

Hierin volgt a_1 volgens (7.15) en (7.18) uit:

$$a_1 = \exp - \frac{W_a - W_i}{kT} = \exp - \frac{e \phi}{kT} \quad (7.38)$$

$$\text{We stellen nu } g(a) = \int_0^{\sim} \frac{\ln (1 + a)}{a} da \quad (7.39)$$

Met behulp van (7.14), (7.20), (7.38) en (7.39) gaat (7.37) over in:

$$J_s = A_0 T^2 g(a_1) \quad (7.40)$$

De uitwerking van $g(a_1)$ hangt nog af van a_1 .

Voor $a^2 \ll 1$ geldt de reeksontwikkeling:

$$\frac{1}{a} (1 + a) = 1 - \frac{a}{2} + \frac{a^2}{3} - \dots \quad (7.41)$$

zodat

$$g(a) = a - \frac{a^2}{2^2} + \frac{a^3}{3^2} - \dots$$

Bij 1000°K is $kT \approx 1,38 \cdot 10^{-20}$ joule en de laagste uittreepotentiaal die we nog zullen tegenkomen bedraagt ≈ 1 Volt, zodat

$$\frac{e\phi}{kT} = 11.6 \text{ en } a_1 = 10^{-5}$$

De waarde van a_0 is dus voldoende klein om deze reeks na de 1e term af te breken.

We vinden dan m.b.v. (7.38), (7.40) en (7.41) tenslotte:

$$J_s = A_0 T^2 \exp - \frac{e\phi}{kT} \quad (7.19)$$

7.5 De diodekarakteristiek

De elektronenstroom $I_s = 0 J_s$, waarin 0 het emitterend oppervlak voorstelt, en J_s volgt uit (7.23) is de maximale stroom die een katode bij een gegeven temperatuur kan leveren.

Bij de in de praktijk voorkomende instellingen van elektronenbuizen wordt de stroom meestal begrensd door de z.g. ruimtelading.

In fig. 7.12 is de stroom-spanningskarakteristiek van een vlakke diode gegeven.

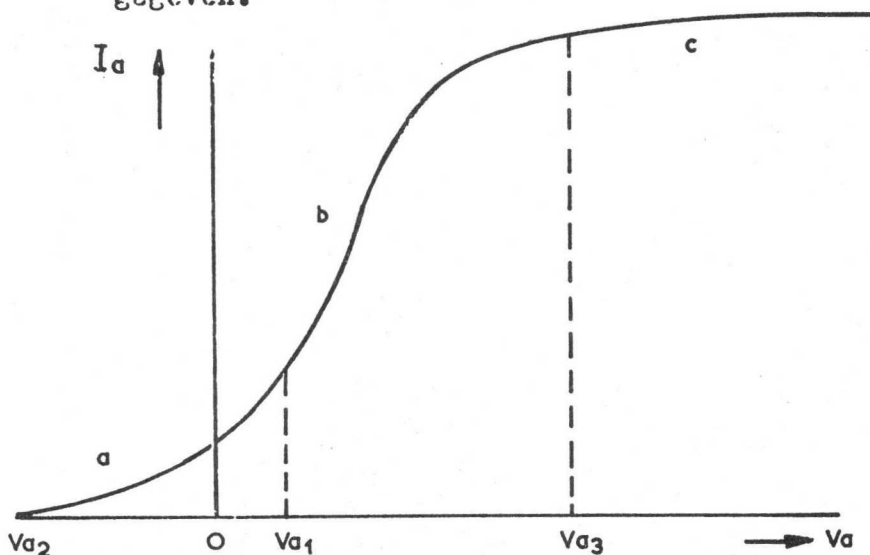


Fig. 7.12

Bij kleine positieve anodespanning V_{a1} is de anodestroom I_a slechts een klein deel van de verzadigingsstroom. De geëmitteerde elektronen vormen vóór de katode een negatieve lading, de z.g. ruimtelading. Deze werkt op de emissiestroom als een tegenpotentiaal, zodat een groot deel van de geëmitteerde elektronen weer naar de katode terugkeert. Dit brengt met zich mee dat er aan de katode een negatieve veldsterkte en vlak vóór de katode een potentiaalminimum bestaan, zoals

in figuur 7.13, kurve 1, is aangegeven. Bij afnemende V_a schuift het potentiaalminimum in de richting van de anode.

Bij negatieve V_a loopt er nog enige stroom tengevolge van de restsnelheid die de elektronen na het uittreden uit de katode nog bezitten. Eerst bij een anodespanning V_{a2} wordt de stroom nul. Hierbij bevindt het potentiaalminimum zich op de anode; zie kurve 2 in fig. 7.13.

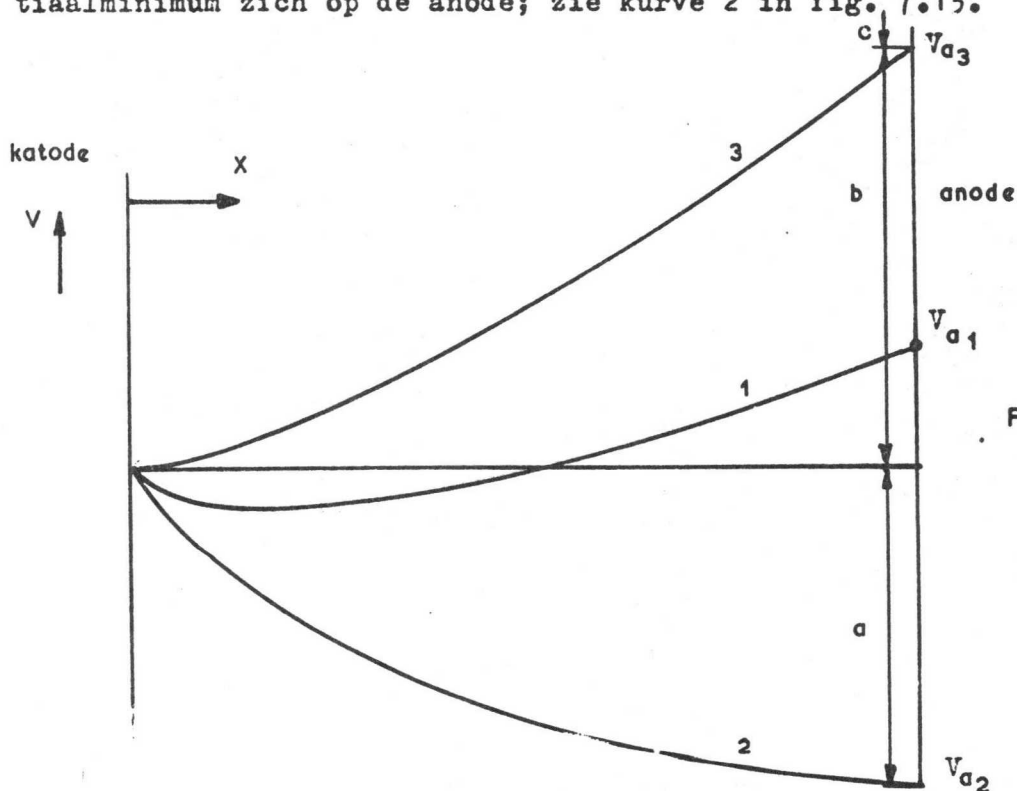


Fig. 7.13

Bij toenemende positieve anodespanning worden meer elektronen uit de ruimteladingswolk weggezogen, zodat de diepte van het potentiaalminimum afneemt en ook dichterbij de katode komt te liggen. Bij een zekere anodespanning V_{a_2} bereikt het potentiaalminimum de katode, zodat zelfs de elektronen met uittreesnelheid nul de anode kunnen bereiken. De verzadigingsstroom is dan bereikt en bij nog hogere anodespanning blijft de stroom, afgezien van het Schottky-effekt, konstant.

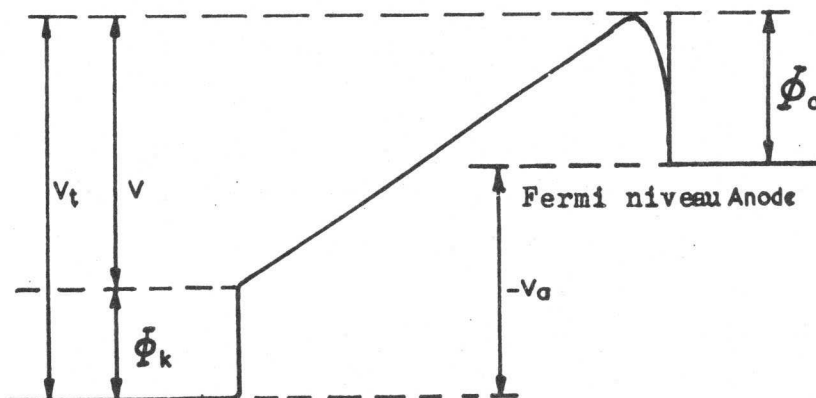
Het gebied a tussen V_{a_2} en nul noemt men het aanloopstroomgebied, het gebied b tussen nul en V_{a_2} het ruimteladingsgebied, en het gebied c voorbij V_{a_3} noemt men het verzadigingsstroomgebied.

De drie gebieden van de diodekarakteristiek zullen nu nader worden besproken.

In de praktijk hebben we in meerroosterbuizen meestal te maken met cilindrische systemen. In principe kunnen de stroomspanningskarakteristieken ervan worden afgeleid uit die van de vlakke diode.

7.5.1 Het aanloopstroomgebied

Een negatieve anodespanning kan worden opgevat als een extra tegenpotentiaal, zoals in fig. 7.14 is aangegeven.



rmi niveau Katode

Fig. 7.14

In deze figuur is de positieve potentiaal naar beneden uitgezet.

$-V_a$ stelt de (uitwendig) aangelegde spanning voor van de anode t.o.v. de katode, terwijl Φ_k en Φ_a de uittreepotentiaal van katode resp. anode voorstellen.

Om de anode te kunnen bereiken moet een elektron minstens een energie eV_t bezitten.

Bij afwezigheid van de uitwendige spanningen $-V_a$ en Φ_a wordt de anodestroom

alleen bepaald door Φ_k en volgt uit (7.34), waarbij de onderste integratiegrens volgt uit $\frac{1}{2}mv_1^2 = W_a$. Wordt nu een negatieve anodespanning aangelegd, en wordt ook de uittreepotentiaal van de anode in rekening gebracht, dan moet een extra spanning V worden overwonnen, zodat genoemde integratiegrens volgt uit $\frac{1}{2}mv_1^2 = W_a + eV$. Hiermee verandert de bovenste integratiegrens in formule (7.37) in: $\exp \frac{-e(\Phi_k + V)}{kT}$, zodat in (7.39) nu zeker $g(a_0) = a_0$ gesteld kan worden.

De formule voor de stroom I_r in het aanloopstroomgebied wordt dan analoog aan (7.19):

$$I_r = A_0 OT^2 \exp \frac{-e(\Phi_k + V)}{kT} \quad (7.42)$$

De index r heeft betrekking op de Engelse uitdrukking: retarding field region.

Uit (7.19) en (7.42) volgt dus:

$$I_r = I_s \exp \frac{-e \cdot V}{kT} \quad (7.43)$$

Voor de spanning V in deze formule volgt uit fig. 7.14:

$$V = -V_a + \bar{\phi}_a - \bar{\phi}_k \quad (7.44)$$

Het exponentiële karakter van (7.43) komt tot uiting door I_r als functie van V uit te zetten op logaritmisch lineaire schaal. Uit (7.43) volgt immers:

$$\ln I_r = \ln I_s - \frac{eV}{kT} \quad (7.45)$$

We vinden dus een lineair verband. Bij kleinere waarde van V neemt $\ln I_r$ echter minder dan lineair toe met V door de tegenwerking van de ruimtelading. Van formule (7.45) kan ook gebruik worden gemaakt om de katodetemperatuur te bepalen; de helling van $\ln I_r =$ functie (V_a) bedraagt nl. $\frac{e}{kT}$.

Uit (7.43) en (7.44) zou bij eerste beschouwing kunnen worden opgemaakt dat de aanloopstroom afhankelijk zou zijn van $\bar{\phi}_k$. Dit is onjuist omdat het aantal elektronen dat minstens een energie $e V_t$ bezit konstant blijft, immers $V_t = \bar{\phi}_a - V_a$.
Uit (7.42) en (7.44) volgt nog:

$$I_r = A_0 T^2 \exp \frac{-e (\bar{\phi}_a - V_a)}{kT} \quad (7.46)$$

Uit (7.46) volgt dat de aanloopstroom alleen afhankelijk is van de aangelegde negatieve voedingsspanning V_a , de katodetemperatuur en de uittreepotentiaal van de anode en niet afhangt van de uittreepotentiaal van de katode.

De praktische invloed van $\bar{\phi}_a$ op de diodekarakteristiek wordt verder besproken in 7.5.4.

7.5.2 Het ruimteladingsgebied

Bij positieve anodespanning V_a verdwijnt het exponentiële karakter van het aanloopstroomgebied en zal de stroom volgens Child en Langmuir evenredig zijn aan de $3/2$ macht van de anodespanning.

Voor de afleiding van deze wetmatigheid beschouwen we een geïdealiseerde diode bestaande uit een vlakke katode met potentiaal 0 en een hieraan evenwijdige anode met potentiaal V_a , op afstand d van de katode. Tussen de potentiaal V, stroomdichtheid J, ruimteladingsdichtheid ρ en elektronensnelheid v gelden de volgende betrekkingen:

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = - \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (7.47)$$

zie ook (3.49)

$$\frac{1}{2} m v^2 = e V \quad (7.48)$$

$$J = - \rho v \quad (7.49)$$

Uit (7.47), (7.48) en (7.49) volgt:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = \frac{J}{\epsilon_0 v} = \frac{J}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2eV}} \quad (7.50)$$

Vermenigvuldiging van (7.50) met $\frac{dV}{dx}$ geeft na uitwerking:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{dV}{dx} \right)^2 = \frac{4J}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} \cdot \frac{d}{dx} (V^{\frac{1}{2}}) \quad (7.51)$$

Integratie van (7.51) geeft:

$$\left(\frac{dV}{dx} \right)^2 = \frac{4J}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{mV}{2e}} + C_1 \quad (7.52)$$

Aan de katode geldt $V = 0$, dus volgt C_1 uit:

$$C_1 = \left(-\frac{dV}{dx} \right)^2_{x=0}$$

We beschouwen nu eerst het geval dat de elektronen de katode zonder beginsnelheid verlaten.

De grootte van de elektronenstroom wordt dan volledig bepaald door de veldsterkte aan de katode

$$-\left(\frac{dV}{dx} \right)_{x=0}$$

Zou deze veldsterkte positief zijn, dan zou de verzadigingsstroom vloeien, wat onmogelijk is vanwege de ruimtelading. Zou deze veldsterkte negatief zijn, dan zou in het geheel geen stroom vloeien. Blijft dus over de mogelijkheid dat deze veldsterkte nul is, dus $C_1 = 0$.

Uit (7.52) volgt dan:

$$\frac{dV}{dx} = \sqrt{\frac{4J}{\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2e}} V^{\frac{1}{4}}} \quad (7.53)$$

ofwel:

$$dx = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{4J} \sqrt{\frac{2e}{m}}} V^{-\frac{1}{4}} dV$$

Integratie van deze vergelijking geeft:

$$x = \sqrt{\frac{4\epsilon_0}{9J} \sqrt{\frac{2e}{m}}} V^{\frac{3}{4}} + C_2 \quad (7.54)$$

Voor $x = 0$ is $V = 0$, dus $C_2 = 0$, terwijl voor $x = d$ is $V = V_a$, zodat uit (7.54) volgt:

$$V = V_a \left(\frac{x}{d}\right)^{4/3} \quad (7.55)$$

en

$$J = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}} \frac{V^{3/2}}{x^2} \quad (7.56)$$

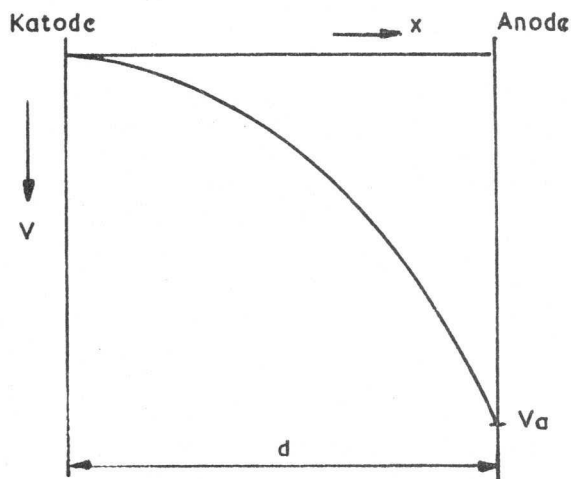


Fig. 7.15

Het verloop van de anodespanning volgens (7.55) is in fig. 7.15 aangegeven. Voor de anodestroom volgt uit (7.56)

$$I_a = \frac{4}{9} \frac{\epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}} V_a^{3/2}}{d^2} \quad (7.57)$$

Stellen we nu:

$$B = \frac{4}{9} \epsilon_0 \sqrt{\frac{2e}{m}} = 2,336 \cdot 10^{-6} \text{ Ampère Volt}^{-3/2} \quad (7.58)$$

dan gaat (7.57) over in:

$$I_a = \frac{B}{d^2} V_a^{3/2} \quad (7.59)$$

Dit is de formule van Child-Langmuir.

We beschouwen nu het geval dat de elektronen met zekere uitreesnelheid de katode verlaten.

De voorwaarde $\left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=0} = 0$ gaat nu over in $\left(\frac{dV}{dx}\right)_{x=0} < 0$

Vóór de katode stelt zich nu bij $x = x_m$ een potentiaalminimum in, het z.g. Epstein minimum.

In fig. 7.16 is het potentiaalverloop voor dit geval geschetst, waarbij ook de uitreespotentialen van katode en anode in rekening zijn gebracht; V_a is de aangelegde anodespanning.

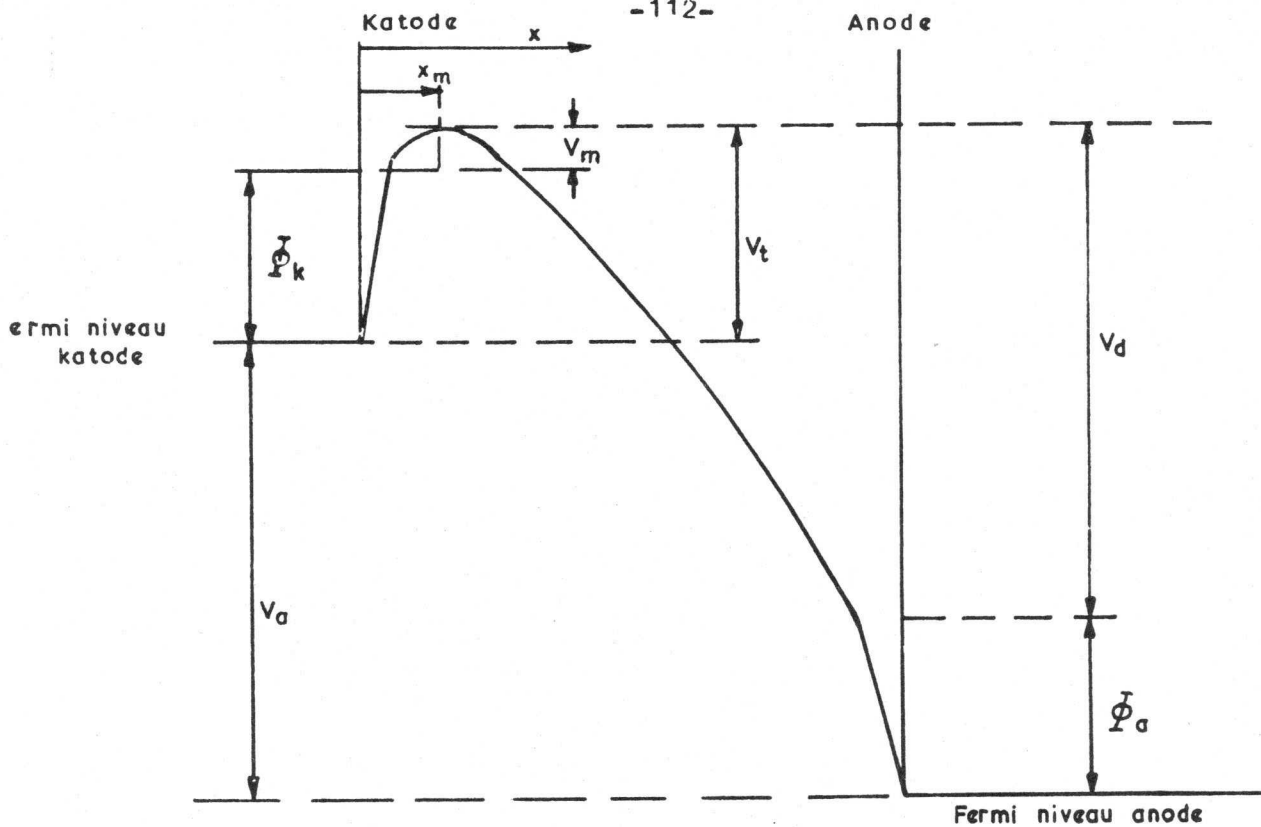


Fig. 7.16

Om de anode te kunnen bereiken moet een elektron een potentiaal $V_t = \Phi_k + V_m$ kunnen overwinnen. De bovenste integratiegrens in formule (7.37) wordt dus:

$$\exp \frac{-e (\Phi_k + V_m)}{kT} .$$

Voor de anodestroom in het ruimteladingsgebied geldt dus:

$$I_a = A_0 OT^2 \exp \frac{-e (\Phi_k + V_m)}{kT} \quad (7.60)$$

Uit (7.19) en (7.60) volgt dus:

$$I_a = I_s \exp \frac{-e V_m}{kT} \quad (7.61)$$

Nadere berekeningen leren dat V_m en x_m niet in analytische functies uitgedrukt kunnen worden. Voor de berekening heeft Langmuir z.g. \mathcal{E}, \mathcal{J} tabellen opgesteld.

Zijn V_m en x_m bekend dan volgt I_a uit:

$$I_a = \frac{B V_d^{3/2}}{(d - x_m)^2} \quad (7.62)$$

Hierin is $V_d \neq V_a$, doch volgt volgens fig. 7.16 uit:

$$V_d = V_a + V_m + \Phi_k - \Phi_a \quad (7.63)$$

Bij verwaarlozing van de invloed van de uittreepotentialen ϕ_k en ϕ_a op V_d is het duidelijk dat formule (7.62) volgt uit (7.59) door hierin d te vervangen door $d - x_m$ en V_a te vervangen door $V_a + V_m$. Het potentiaalminimum fungeert dus blijkbaar als effectieve katode waaruit de elektronen met snelheid nul vertrekken.

Voor $\phi_k = \phi_a$ volgt uit (7.59) en (7.62) direkt dat de anodestroom t.g.v. de uittreesnelheden van de elektronen is toegenomen (zoals natuurlijk ook verwacht mocht worden); immers $V_d > V_a$ en $x_m > 0$. Vooral indien $I_a \ll I_s$ kan dit verschil aanzienlijk zijn.

We hebben gezien dat de stroom bepaald wordt door $V_t = \phi_k + V_m$.

Evenals in het aanloopstroomgebied is ook hier I_a (bij benadering) onafhankelijk van ϕ_k .

Stel nl. dat ϕ_k toeneemt met $\Delta\phi_k$.

Dan geldt dus:

$$\phi'_k = \phi_k + \Delta\phi_k$$

Uit (7.19) volgt dan:

$$I'_s = I_s \exp \frac{-e\Delta\phi_k}{kT}.$$

Uit (7.61) volgt:

$$V_m = \frac{kT}{e} \ln \frac{I_s}{I_a} \quad (7.64)$$

dus geldt:

$$V'_m = V_m - \Delta\phi_k.$$

V_m neemt dus evenveel af als ϕ_k toeneemt en derhalve blijft V_t en dus ook V_d konstant.

Verwaarlozen we de variatie in x_m t.g.v. variatie in I_s , dan volgt dus dat I_a onafhankelijk is van variaties in ϕ_k .

Tenslotte bekijken we de invloed van de katodetemperatuur op de anodestroom.

We beschouwen hiertoe een bepaalde waarde van I_a en gaan na in hoeverre de hierbij behorende V_d afhangt van T .

Uit (7.63) en (7.64) volgt:

$$V_d = V_a + \phi_k - \phi_a + \frac{kT}{e} \left\{ \ln I_s - \ln I_a \right\}$$

Uit (7.19) volgt:

$$\ln I_s = \ln (A_0 OT^2) - \frac{e\phi_k}{kT}, \text{ zodat:}$$

$$V_d = V_a - \phi_a + \frac{kT}{e} \ln \frac{A_0 OT^2}{I_a} \quad (7.65)$$

Uit (7.65) volgt:

$$\left(\frac{\delta V_d}{\delta T}\right)_{I_a = \text{konstant}} = 8,6 \cdot 10^{-5} \left\{ 2 + \ln \frac{A_0 OT^2}{I_a} \right\} \quad (7.66)$$

Uit (7.66) volgt dat de temperatuur een te verwaarlozen invloed uitoefent op de ruimteladingsbegrensdde stroom.

7.5.3 Het verzadigingsgebied

De verzadigingsstroom volgt volgens (7.19) uit:

$$I_s = A_0 OT^2 \exp \frac{-e \phi_k}{kT} \quad (7.67)$$

Bij de afleiding van deze formule is de kracht beschouwd die op een elektron werkt als functie van de afstand tot de katode indien geen uitwendig veld aanwezig is.

Inmiddels is gebleken dat deze laatste konditie niet opgaat, zodat de berekening dus enige aanvulling behoeft.

Deze aanvullende berekening is naar de uitvinder het Schottky-effekt genoemd.

In fig. 7.9 is de kracht aangegeven die op het elektron werkt als functie van de afstand x van het elektron tot het metaaloppervlak, indien geen uitwendig veld aanwezig is.

Is E nu de veldsterkte van het uitwendige veld nabij de katode, dan werkt er op het elektron nog een extra kracht $-e E$, die van de katode af is gericht. In figuur 7.17 is aangegeven de oorspronkelijke kracht uit fig. 7.9 en de extra kracht $-e E$ (beide gestippeld getekend), alsmede de resulterende kracht (getrokken lijn). Uit deze figuur blijkt deze laatste nul te worden voor een zekere afstand $x = x_1$.

Voor $x > x_1$ behoeft het elektron geen arbeid meer te verrichten.

Voor het punt $x = x_1$ geldt blijkbaar: $\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x_1^2} - eE = 0$

zodat :

$$x_1 = \sqrt{\frac{e}{16\pi\epsilon_0 E}} \quad (7.68)$$

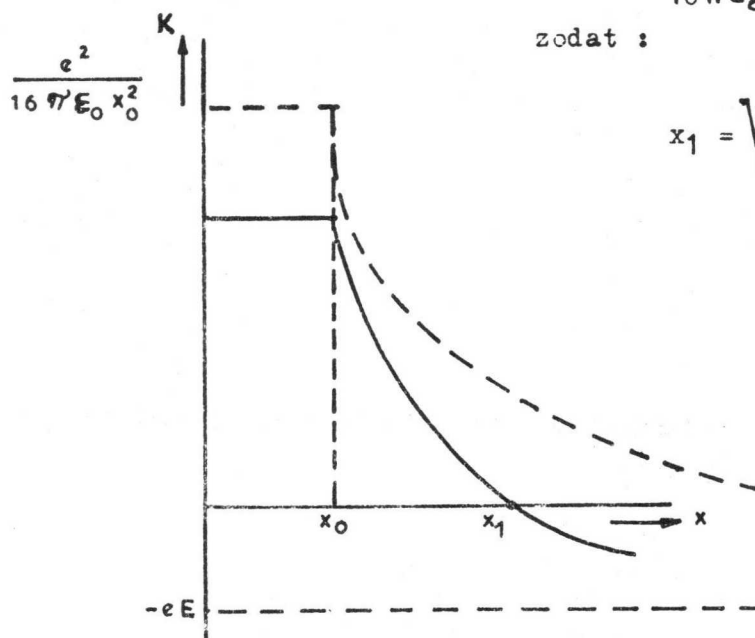


Fig.7.17

Voor de arbeid die nodig is om een elektron vrij te maken geldt nu:

$$W'_a = \int_0^{x_0} \left(\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x_0^2} - eE \right) dx + \int_{x_0}^{x_1} \left(\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0 x^2} - eE \right) dx$$

Uitwerking geeft:

$$W'_a = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{1}{x_0} - E x_1 - \frac{e}{16\pi\epsilon_0} \frac{1}{x_1} \quad (7.69)$$

Substitutie van (7.7) en (7.68) in (7.69) geeft:

$$W'_a = W_a - e \sqrt{\frac{eE}{4\pi\epsilon_0}} \quad (7.70)$$

Voor de met W'_a equivalente spanningsmaat φ'_a geldt dus volgens (7.8) en (7.70):

$$\varphi'_a = \varphi_a - \frac{p}{e} \sqrt{E} \quad (7.71)$$

met

$$p = e \sqrt{\frac{eE}{4\pi\epsilon_0}} \quad (7.72)$$

Voor de uitreepotentiaal kunnen we dus schrijven:

$$\Phi' = \Phi - \frac{p}{e} \sqrt{E} \quad (7.73)$$

Hoe hierdoor het potentiaalbeeld van fig. 7.10 wordt gewijzigd is in fig. 7.18 aangegeven. Lijn a is de oorspronkelijke potentiaallijn uit fig. 7.10, lijn b die van het uitwendige veld en lijn c is de resulterende potentiaallijn.

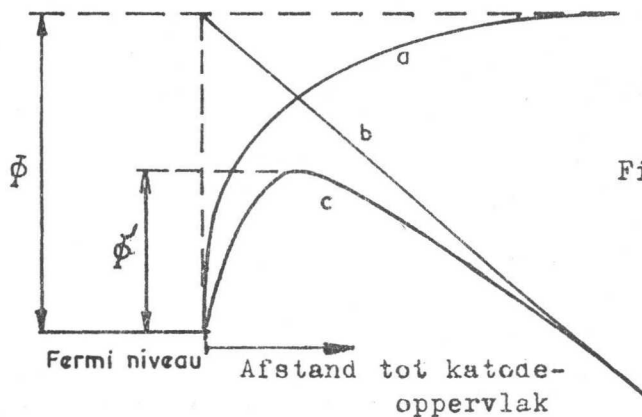


Fig. 7.18

Voor de stroom I'_s geldt dan:

$$I'_s = A_0 OT^2 \exp - \frac{e\Phi_0 - p \sqrt{E}}{kT} \quad (7.74)$$

Blijkbaar geldt dus:

$$I'_s = I_s \exp \frac{p \sqrt{E}}{kT} \quad (7.75)$$

De waarde van $\frac{D}{k}$ bedraagt $0,44 \text{ } ^\circ\text{K m}^{\frac{1}{2}} \text{ Volt}^{-\frac{1}{2}}$, zodat eerst bij hoge veldsterkten het Schottky effect wordt waargenomen.

Ter bepaling van I_s wordt I_s gemeten bij verschillende waarden van E , hierbij $E = \frac{V_a}{d}$ stellend en dus de invloed van de ruimtelading en ϕ_a op E verwaarlozend.

Door $\ln I_s$ uit te zetten tegen \sqrt{E} en te extrapoleren naar $E = 0$ wordt I_s verkregen.

Resumerend kan dus gezegd worden dat de verzadigingsstroom sterk afhankelijk is van de uittreepotentiaal van de katode en de katodetemperatuur doch nauwelijks afhangt van de uittreepotentiaal van de anode.

7.5.4 Praktijkkomplikaties

In de praktijk worden soms grote afwijkingen geconstateerd tussen de berekende en de gemeten stroom-spanningskarakteristieken.

De voornaamste redenen hiervan zijn:

- De waarden van ϕ_k en ϕ_a zijn vaak onbekend.
- De oxydelaag bij oxydekatoes (zie 7.10) heeft een zekere weerstand.
- ϕ_k en ϕ_a variëren, vooral tijdens de eerste bedrijfsuren.
- Het effectieve katode-oppervlak is vaak moeilijk te bepalen, vooral bij oxydekatoes.
- De in 7.5.1 t.m. 7.5.3 besproken aannames gaan niet altijd op.

ad a. Het verschil $\phi_k - \phi_a$, ook wel kontaktpotentiaalverschil genoemd, kan worden bepaald onder kondities waarbij het ruimteladingseffect verwaarloosbaar klein is, dus bij extreem lage katodetemperatuur. Hierbij gaat het aanloopstroomgebied vrij abrupt over in het verzadigingsgebied. In dit snijpunt geldt dus volgens (7.46) en (7.67):

$$A_0 OT^2 \exp \frac{-e(\phi_a - V_a)}{kT} = A_0 OT^2 \exp \frac{-e\phi_k}{kT}$$

ofwel: $V_a = \phi_a - \phi_k$ (7.76)

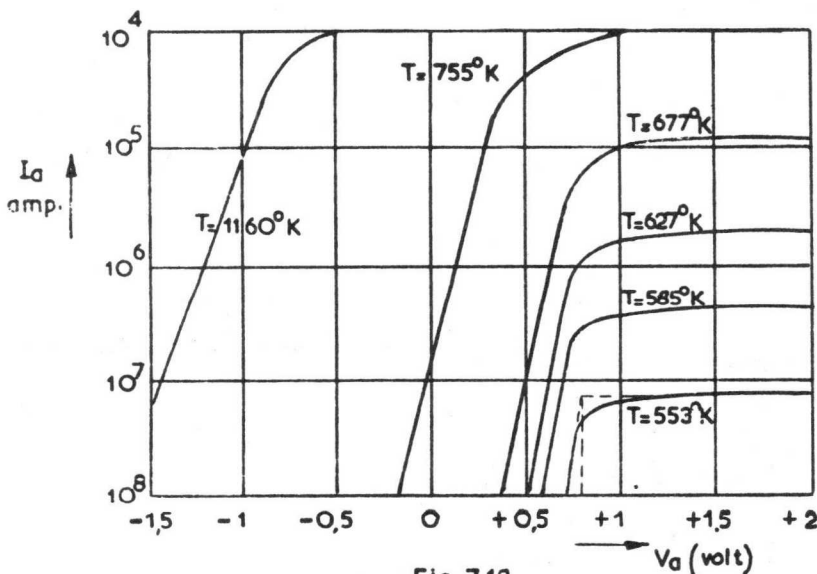


Fig. 7.19

Uit fig. 7.19 blijkt inderdaad dat alleen bij lage katodetemperatuur een abrupte overgang van aanloopstroom in verzadigingsstroom optreedt.

Het grote probleem is nu dat ϕ_a niet zonder meer uit (7.76) volgt indien ϕ_k b.v. uit de verzadigingsstroom bekend is.

Immers Φ_k is volgens (7.12) afhankelijk van de temperatuur, waarbij α vaak niet precies bekend is.

Nieuwe moeilijkheden doen zich voor indien katode en anode niet overal dezelfde uittreepotentiaal hebben zoals niet zelden het geval is of de katodetemperatuur niet konstant is langs het katode-oppervlak. Hierdoor heeft de aanloopstroomkarakteristiek een minder eenvoudige vorm en kunnen grote fouten worden gemaakt bij de bepaling van Φ_a en de katodetemperatuur uitgaande van (7.45). Deze praktische bezwaren worden gedeeltelijk omzeild door Φ_a bij normale bedrijfstemperatuur te bepalen uit (7.46). Men kiest dan voor de stroom een bepaalde, zeer kleine waarde, b.v. $0,3 \mu A$ en meet de bijbehorende V_a .

ad b. De bepaling van $\Phi_a - \Phi_k$ volgens (7.76) wordt ook bemoeilijkt door de invloed van de oxydelaagweerstand bij oxydekatodes, die sterk afhankelijk is van de katodetemperatuur zoals in 7.10 zal worden besproken. Door deze weerstand zal de overgang van de aanloopstroom in de verzadigingsstroom veel minder scherp worden.

ad c. Behalve wanneer men uitgegloeide metalen in vacuüm neemt, zijn de uittreepotentiaal weinig reproduceerbaar. Door de katode op het stuurrooster geabsorbeerde laagjes spelen hierbij een grote rol. Vooruitlopende op een bespreking van de verschillende katodes kan het volgende gezegd worden. Bij toepassing van W en W-Th katodes zullen de uittreepotentiaal van katode en andere elektrodes weinig verschillen. Bij oxydekatodes daarentegen zal Φ_k aanvankelijk ongeveer 3 Volt zijn en Φ_a 4 à 5 Volt. Tijdens het branden van de buis daalt Φ_k tot 1 à 1,5 Volt. Naarmate tijdens de verdere brandduur de anode bedekt wordt met aardalkalimetaal of de oxyden hiervan, zal Φ_a afnemen. Bij goed geformeerde buizen met oxydekatodes bedraagt $\Phi_a - \Phi_k \approx 0,5$ à 1 Volt. Tijdens levensduur kan Φ_a toenemen door oxydatie van de op de anodes opgedampte materialen.

In sommige buizen stabiliseert men Φ_a door magnesium over de roosters te verdampen, waarbij echter extra maatregelen vereist zijn om een goede isolatie te behouden.

Ook is het "ouderen" van een buis gunstig voor de stabiliteit van de buiskarakteristieken. Dit "ouderen" gebeurt dan met de instelling waaronder de buis in de praktijk zal worden gebruikt.

ad d. Hierop zal bij de bespreking van de oxydekatode nader worden ingegaan.

ad e. Zelfs indien Φ_a , Φ_k en T konstant zijn, kunnen afwijkingen van de besproken formules voor de stroom optreden afhankelijk van de buisgeometrie. Zo is de logarithmische aanloopstroomkromme bij een cilindrische diode niet recht; zie b.v. Lit. 14 en 15. Ook gaat de in 7.5.2 besproken konstantheid van V_t bij kleine katode-anode (of katode-rooster) afstanden niet op door variatie in x_m .

7.6 Emissie van metalen bezet met geadsorbeerde laagjes

7.6.1 Adsorptie van metaalatomen en ionen

In 7.4 is de elektronenemissie van zuivere metalen besproken. We zullen nu nagaan hoe de elektronenemissie beïnvloed wordt door bedekking van een metaal met atomen en ionen. We beschouwen eerst het geval dat een atoom naar een metaaloppervlak wordt gebracht. Is het atoom op grote afstand van het metaal, dan is de aantrekkende kracht uiterst klein; op deze afstand werkt alleen de gravitatiekracht.

Als dit atoom een metaaloppervlak zo dicht genaderd is dat de afstand niet meer groot is t.o.v. zijn diameter, dan zal het atoom worden aangetrokken door de z.g. kracht van Van der Waals, die sterk toeneemt bij afnemende afstand r tussen atoom en metaaloppervlak (omgekeerd evenredig met r^6).

Is de afstand ongeveer gelijk geworden aan de straal r_a van het atoom, dan gaat een afstotende kracht optreden, de z.g. kracht van Born. Bij bepaalde afstand zijn beide krachten in evenwicht en is het atoom aan het metaaloppervlak geadsorbeerd. In deze positie zal de potentiële energie E van het systeem atoom-metaal minimaal zijn. Deze minimum waarde Q_a noemt men de adsorptie energie. In fig. 7.20 is de potentiële energie E aangegeven voor een atoom als functie van de afstand tot het metaaloppervlak; op grote afstand tot het metaal is E nul gesteld.

Stel dat we nu een metaalatom op grote afstand van een metaaloppervlak gaan ioniseren. Hiertoe moeten we dus volgens 6.2 de energie van het systeem met de ionisatie-energie V_i verhogen.

Brengen we nu het vrijgemaakte elektron naar het metaal, dan daalt de energie van het systeem met $e\phi$ waarbij ϕ de uittrekarbeid van het metaal is.

Vervolgens brengen we het ion naar het metaal, waarbij de potentiële energie van het systeem met een bedrag Q_i , de adsorptie-energie van het ion, afneemt. In de geadsorbeerde toestand van het ion is de potentiële energie van het systeem ion-metaal weer minimaal en bedraagt blijkbaar: $V_i - e\phi - Q_i$.

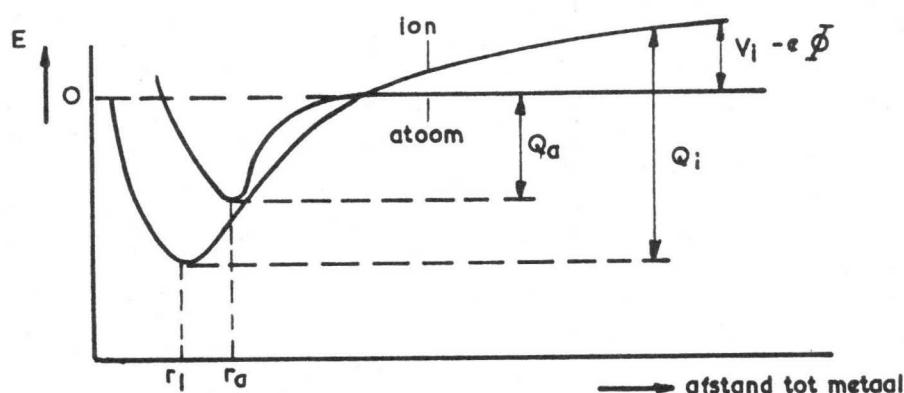


Fig. 7.20

In fig. 7.20 is ook voor een ion de potentiële energie E als functie van de afstand tot het metaaloppervlak aangegeven. Merk op dat $Q_i > Q_a$ omdat een ion behalve door de Van der Waalse kracht ook nog door de beeldkracht wordt aangetrokken.

Het systeem (ion-metaal of atoom-metaal) zal steeds trachten de laagst mogelijke potentiële energie te bereiken. Dit betekent dat wanneer een atoom naar een metaaloppervlak toegaat een elektron aan het metaal wordt afgestaan en het atoom als ion geadsorbeerd wordt indien:

$$|Q_i - (V_i - e\Phi)| > Q_a \quad (7.77)$$

Indien aan (7.77) niet voldaan is zal het atoom als atoom aan het metaaloppervlak geadsorbeerd worden.

7.6.2 De uittreepotentiaal

Een geadsorbeerd positief ion veroorzaakt aan het metaaloppervlak een elektrisch veld zoals in fig. 7.21 is aangegeven.

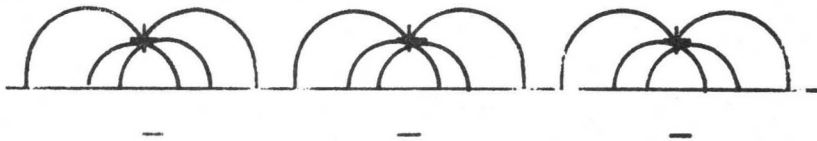


Fig. 7.21

Dit veld kunnen we dus ontstaan denken uit de dubbellaag van ionen en spiegelading. De ionlading is op een afstand r_i , de straal van het ion, van het metaaloppervlak verwijderd. Een dergelijk gericht veld maakt het voor de elektronen gemakkelijker om uit te treden; geadsorbeerde positieve ionen verlagen dus de uittreepotentiaal. Het potentiaalverloop van fig. 7.10 wordt nu gewijzigd, zoals in fig. 7.22 is aangegeven.

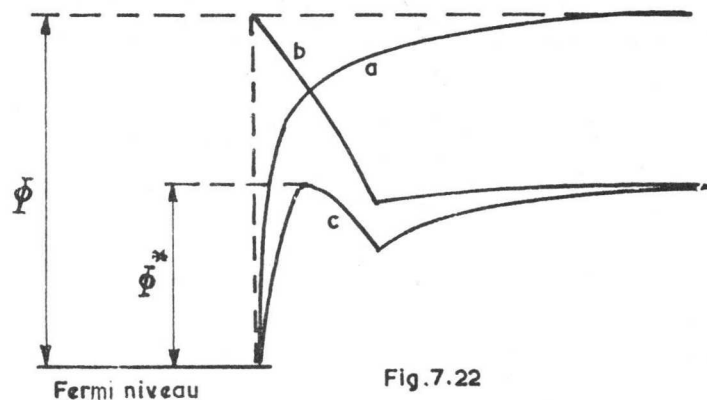


Fig. 7.22

Lijn a stelt de oorspronkelijke potentiaallijn voor uit fig. 7.10, lijn b is het potentiaalverval over de dubbellaag, en lijn c is de resulterende potentiaallijn.

De oorspronkelijke uittreepotentiaal Φ wordt dus verlaagd tot Φ^* . Naarmate het aantal geadsorbeerde ionen toeneemt, zal de uittreepotentiaal dalen. Bij een zekere bezettingsgraad wordt niet langer aan (7.77) voldaan. Voor Cs op W wordt dit bereikt bij een bezettingsgraad van 13%.

Vanaf deze bezettingsgraad wordt elk volgend atoom als atoom geadsorbeerd, waarbij ze een plaats zoeken waar ze het sterkst zijn gebonden. Dit is naast een reeds geadsorbeerd ion.

In deze positie wordt het atoom door het ion gepolariseerd, zie fig.7.23a. Dan ontstaat aanvankelijk een gunstig veld voor verdere verlaging van de uittreepotentiaal. Dit gaat zolang door totdat alle ionen door atomen zijn omringd. Daarna is er alleen nog plaats naast atomen, waardoor de polarisatierichting omdraait, en de uittreepotentiaal weer wordt verhoogd. Deze situatie is in fig. 7.23b aangegeven.

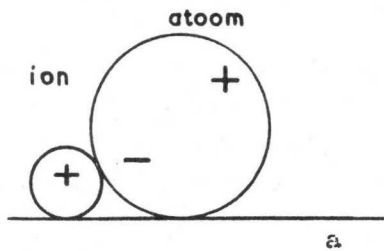
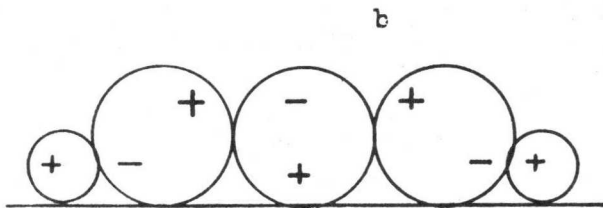


Fig.7.23



Een minimale uittreepotentiaal wordt dus verkregen bij een gedeeltelijke bedekking van het oppervlak met ionen resp. atomen. Bij de W-Cs katode gebeurt dit bij een bezettingsgraad van 67%.

Recent is het grote praktische belang gebleken van het paradoxale feit dat de effectieve uittreepotentiaal bij optimale bedekkingsgraad kleiner wordt naarmate de uittreepotentiaal van het onbedekte metaal groter is.

In 7.9 wordt een toepassing hiervan besproken.

Voor de emissie-eigenschappen zijn van belang de waarden van de konstanten A en ϕ_0 uit de formule van Richardson (7.23). Bij alle katodes die bestaan uit een metalen drager en een hierop geadsorbeerde ionen atoomlaag blijkt A veel lager te zijn dan voor het zuivere basis materiaal gevonden wordt. Als meest waarschijnlijke verklaring hiervoor noemen vele auteurs een grotere elektronenreflektie aan het katodeoppervlak.

7.7 Algemene emissiefacetten

Voorafgaande aan de bespreking van de verschillende katodetypes zal eerst de algemene emissieproblematiek worden besproken zoals deze zich voordoet bij alle katodetypes.

Behalve bij de emitters van zuivere metalen bestaan er emitters van anorganische verbindingen als karbonaten, aluminaten enz.

Bij de toepassing van zo'n katode als emitter in elektronenbuizen wordt deze samen met een aantal elektrodes in een ballon gemonteerd, die daarna gepompt wordt volgens een bepaalde temperatuurcyclus. Wanneer de ballon voldoende ontgast is en een goed vacuum is verkregen ondergaat de katode een z.g. ontloedproces door deze op een bepaalde temperatuur te brengen. Er vinden dan bepaalde chemische reacties plaats, waarbij vrije metaalatomen of metaaloxiden worden gevormd. De metaaloxiden worden later nog gereduceerd.

De eventuele gasvormige ontledingsprodukten worden weggepompt, waarna de buis kan worden afgesmolten en afgekoeld.

De aangeduide metaalatomen (vooral Ba) zijn essentieel voor het verkrijgen resp. het handhaven van een goede emissie.

De emissie die de katode na het pompproces kan leveren is sterk afhankelijk van de mate van katodevergiftiging. Hieronder verstaat men het ontstaan van verbindingen van bovengenoemde vrije metaalatomen, met bepaalde restgassen in de buis zoals O_2 , CO , CO_2 , H_2O , zwavelhoudende gassen, of met b.v. halogenen die aanwezig zijn op (stroomvoerende) buiselektrodes.

Een aantal van deze katodevergiftigingen zijn reversibel d.w.z. dat de emissie zich weer herstelt, de katode dus gereactiveerd wordt, nadat de betreffende gassen zijn weggepompt, b.v. door de getter, en weer nieuwe metaalatomen zijn gevormd.

Bij lage katodetemperatuur kan de katode vooral door geïoniseerde gassen vergiftigd worden waarbij het zeer moeilijk is de katode te reaktiveren.

Ter stabilisering van de emissie en de andere parameters die de buiskarakteristiek bepalen (zie 7.5) vindt als regel een aktiveringsproces of brandproces plaats, dat soms op de pomp reeds start en later op een brandraam wordt voortgezet. Meestal wordt bij dit aktiveringsproces stroom getrokken naar een of meerdere elektrodes.

Tijdens aktiveren heeft er in feite gelijktijdig vergiftiging en herstel van de emissie plaats. Het is duidelijk dat een goede voorbehandeling van onderdelen zoals anodes, roosters, mika, glas, en goede getter-eigenschappen van het grootste belang zijn.

De gasafgifte van buisonderdelen is het grootst tijdens de eerste bedrijfsuren, vooral bij ontleden en aktiveren.

Tijdens de verdere levensduur is het "gifniveau" in de buis als regel veel kleiner.

Voor een goede emissie is het gewenst dat de produktie van vrije metaalatomen aangepast is aan het momentane gifniveau in de buis.

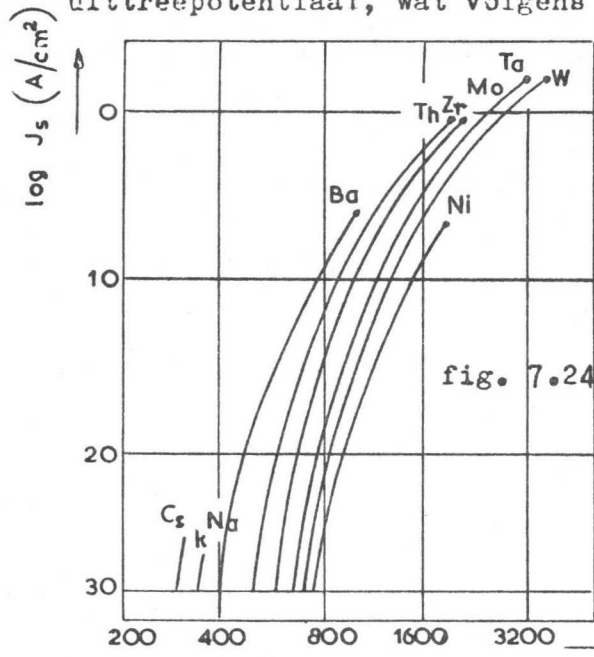
Aan deze wens kan helaas niet steeds worden voldaan, zoals in de volgende paragrafen zal blijken.

Om tijdens aktiveren de produktie van vrije metaalatomen te versnellen en geen blijvende katodevergiftiging aan te richten, dient dit aktiveren bij verhoogde katodetemperatuur plaats te vinden.

Over de feitelijke gebeurtenissen tijdens ontleden en aktiveren bestaan nog vele twijfels en vragen. In de praktijk is de gehele katodebehandelin vaak per buistype empirisch bepaald.

7.8 Metallische katodes

Zuivere metalen zijn de oudste katodes die ooit toegepast zijn. Het zou voor de hand liggen hiervoor metalen te kiezen met een lage uittreepotentiaal, wat volgens tabel 7.1 de alkalimetalen zijn.



Deze metalen zijn wegens hun lage smeltpunt en hoge dampspanning ongeschikt. In fig. 7.24 is voor enkele metalen J_s als functie van de temperatuur uitgezet, waarbij de krommen bij het smeltpunt zijn afgebroken. Hieruit volgt dat alleen de hoogsmeltende metalen W, Ta en Mo een redelijk hoge emissie kunnen leveren; ze hebben echter tevens een hoge uittreepotentiaal. Voor de praktijk is W de belangrijkste van de drie. In verhouding tot de beide andere heeft Wolfram een lage verdampingssnelheid, terwijl de emissie vrij ongevoelig is voor de restgassen in de buis. De reactieproducten van W met deze restgassen zijn nl. vluchtig. Voor een vergelijking met andere katodetypes zie 7.11.

Zoals in 7.6 is besproken kan de uittreepotentiaal van een metaal aanzienlijk worden gereduceerd door gedeeltelijke bedekking met ionen en atomen; deze ionen en atomen zullen verder het adsorbaat worden genoemd.

De wolfram-thorium katode, die volgens dit principe werkt, zal eerst worden besproken.

Bij het fabricageproces gaat men uit van wolframpoeder waaraan 1 à 2% poedervormig Thorium-oxyde is toegevoegd en vervolgens onder hoge druk tot een broze staaf wordt geperst.

Na sinteren wordt de staaf uitgesmeed in z.g. hamermachines en trekstenen tot een draad van de gewenste diameter verkregen is.

Voor een goede emissie is een bepaalde temperatuurbehandeling vereist. Hierbij onderscheiden we 4 stappen.

De draad wordt eerst gekarboniseerd door gloeien in koolstofhoudend gas bij 2000°C. Het wolfram wordt dan tot een diepte van ongeveer 1/20 van de draaddiameter omgezet in W_2C . Vervolgens wordt de draad 1 à 2 min. tot 2800°C verhit. Een gedeelte van het aanwezige ThO_2 wordt dan door W en W_2C gereduceerd tot vrij Th. Hiervan diffundeert een gedeelte naar het draadoppervlak. Bij deze temperatuur is de verdampingssnelheid van Th groter dan de diffusiesnelheid, zodat elk Th atoom dat aan het oppervlak komt onmiddellijk verdampt.

Teneinde de gewenste Th-laag aan het oppervlak te verkrijgen, wordt de temperatuur verlaagd tot 2000°C. Hierbij overwint de diffusie van Th de verdamping en wordt het oppervlak meer en meer bezet met atomen, die eerst als ion, daarna als atoom geadsorbeerd worden.

Als het oppervlak voor 85% bedekt is, is een minimale uittreepotentiaal van 2,75 bereikt en is het aktiveringsproces ten einde. Voor A wordt gevonden 3 - 15.

De bedrijfstemperatuur bedraagt ongeveer 1700°C. Bij deze temperatuur zijn diffusie en verdamping gering, en wordt de voor een goede levensduur noodzakelijke nalevering van Th bereikt door reductie van ThO₂ door W₂O dicht bij het oppervlak.

Een levensduur van enige duizenden uren wordt bereikt bij emissiestromen niet groter dan ongeveer de helft van de verzadigingsemiszie. De W-Th katode is gevoelig voor restgassen in de buis, vooral voor zuurstof.

Voor een vergelijking met andere katodetypes zie 7.11.

7.9 Naleveringskatodes

Bij katodes bedekt met ionen en atomen (adsorbaat) gaat een deel hiervan door verdamping en een deel door reactie met de restgassen verloren, zodat voldoende nieuwe metaalatomen moeten worden aangevoerd om een goede emissie te handhaven tijdens levensduur.

Katodes waarbij aan deze nalevering bijzondere aandacht is besteed, worden daarom naleveringskatodes genoemd.

We zullen hiervan een drietal versies bespreken. Zie ook Lit. 32, 33 en 34.

7.9.1 De L-katode

Een van de mogelijke uitvoeringsvormen van een L-katode is in

fig. 7.25 aangegeven. De katode bestaat uit twee kamers, gemaakt uit één stuk molybdeen (zie a). In tegenstelling tot de W en de W-Th katode die meestal direkt verhit zijn, wordt de L-katode indirekt verhit door een gloeidraad (b) in de onderste kamer.

De bovenste kamer is afgesloten door een kapje (c) van poreus wolfram (porositeit 27%). Op de bodem ervan bevindt zich een pastille.

In de oudste uitvoeringsvorm bestond deze pastille uit mengkristallen van barium karbonaat en strontium karbonaat.

Het ontleden geschiedt in vacuüm op ongeveer 1100°C. Bij deze temperatuur worden de karbonaten omgezet in oxyden, waarbij CO₂ vrijkomt, dat door de poreuse wolframwand kan ontwijken om daarna afgepompt te worden. Tegelijkertijd worden de

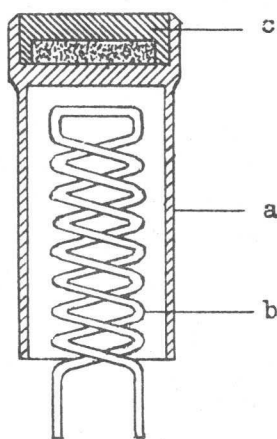


Fig. 7.25

oxyden door de wolfram gereduceerd. De ontstane Ba en Sr hebben zodanige dampdruk, dat zij door de poriën van het wolfram naar buiten treden en zich als een eenatomige laag op het wolfram afzetten.

De rol die Sr in deze speelt is niet geheel duidelijk. Ook vindt er bij het ontleden een oxydatie van de wolfram plaats, die een ongunstige invloed heeft op de tijdsduur van het aktiveringsproces. Dit aktiveren start als regel reeds op de pomp bij ongeveer 1250°C en wordt later op een brandraam voortgezet.

De emissie is aanvankelijk gering en neemt daarna toe met een snelheid die mede door de toestand van de andere buisonderdelen en restgassenstelling wordt bepaald.

In de moderne uitvoeringsvorm bestaat de pastille uit wolfram (≈60 à 80% gewichtsprocenten) met gesmolten barium calciunalumi-
naat volgens $5\text{BaO} \cdot 3\text{CaO} \cdot 2\text{Al}_2\text{O}_3$. Bij het "ontleden" hiervan ontstaat geen CO₂, doch ontstaat Ba, vermoedelijk bij de volgende reactie:
 $3\text{Ba}_2\text{CaAl}_2\text{O}_6 + 3\text{Ba}_3\text{Al}_2\text{O}_6 + 6\text{CaO} + \text{W} \rightleftharpoons 6\text{Ba}_2\text{CaAl}_2\text{O}_6 + \text{Ca}_3\text{WO}_6 + 3\text{Ba}.$

Hieruit blijkt dat slechts 20% van de aanwezige BaO gereduceerd kan worden tot vrij Barium.

Door de aanwezigheid van wolfram in de pastille en de afwezigheid van CO_2 wordt een snellere aktivering bereikt dan bij de karbonaat-uitvoering. De bariumproduktie is bij bepaalde temperatuur konstant tot de pastille uitgeput raakt.

In fig. 7.26 is deze Ba-produktie schematisch aangegeven. Tevens is met een stippellijn de vermoedelijke gewenste produktie aangegeven die bepaald wordt door het gifniveau in de buis.

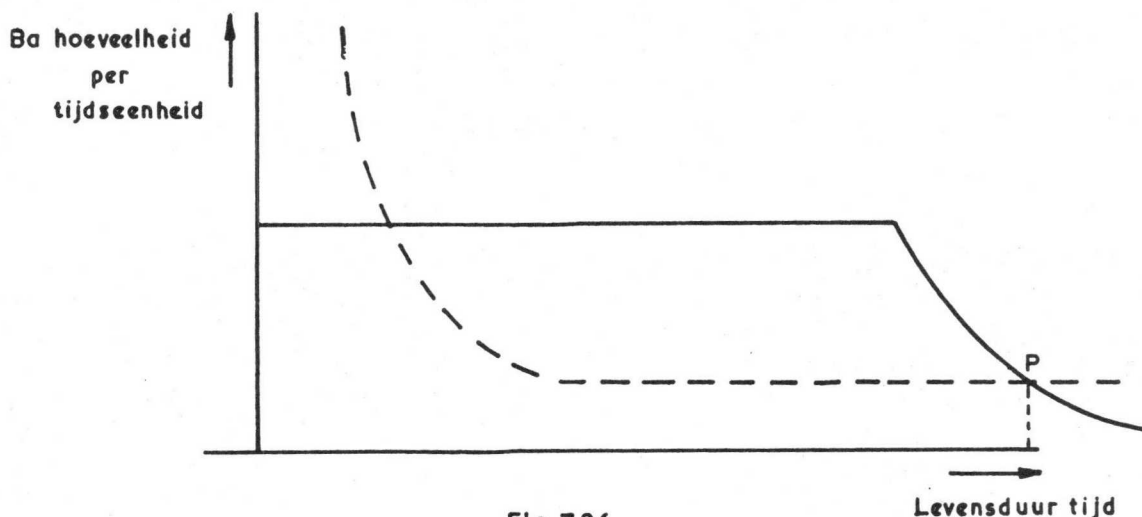


Fig. 7.26

Het einde levensduur is door het snijpunt P van beide kurves bepaald. Het blijkt dat de feitelijke en de gewenste Ba-produktie niet altijd goed aangepast kunnen worden. Dit heeft dus emissiemoeilijkheden in de eerste uren tot gevolg, terwijl later een overmatige Bariumverdamping zal optreden.

Dit kan bij bepaalde toepassingen leiden tot isolatiemoeilijkheden of verloop van buiskarakteristieken.

De bariumproduktie is mede bepaald door de porositeit en dikte van het wolframkapje c in fig. 7.25 en de samenstelling van de pastille.

De L-katode is gevoelig voor restgassen in de buis, vooral zuurstof, al is het herstellingsvermogen door de grote Ba-produktie bijzonder groot. Ook is de L-katode zeer goed bestand tegen een bombardement van snelle positieve gasionen. Dit hangt samen met de grote Ba-produktie zowel als met het metallieke karakter van het emitterende oppervlak. Door dit laatste punt is deze katode ook in staat overspringende vonken te verdragen.

De uittreepotentiaal van de L-katode bedraagt ongeveer 1.7, dus aanzienlijk lager dan bij de W-Th katode, terwijl A van gelijke orde grootte is. De bedrijfstemperatuur kan dus aanzienlijk lager zijn en bedraagt $\approx 1100^\circ\text{C}$.

Bij deze temperatuur wordt een lange levensduur bereikt, zelfs bij continue-belastingen van wel 10 A/cm^2 .

Een grens aan de belastbaarheid wordt eigenlijk niet door de katode zelf gegeven, doch is bepaald door de dissipatiemoeilijkheden aan de anodes.

Bij de hoge stroomdichtheden die deze katode kan leveren, treedt het afkoeleffect sterk naar voren, dat in principe bij elke emitterende katode optreedt. Immers, voor het emitteren worden de energierijkste elektronen geselecteerd, terwijl dit voor de toegevoerde niet het geval is. Een emitterende katode verliest energie en koelt dus af. Bij 10 A/cm^2 en een ϕ van 1,7 Volt voeren de geëmitteerde elektronen minstens $10 \times 1,7 = 17 \text{ Watt/cm}^2$ uit de katode mee. Teneinde de katodetemperatuur konstant te houden moet het gloeivermogen met eenzelfde bedrag worden verhoogd.

Voor vele toepassingen is de vlakheid en robuustheid van het emitterende oppervlak van groot belang, speciaal in die gevallen waarbij kleine katode-roosterafstanden worden gevraagd, zoals bij schijftriodes. Toepassing vindt de L-katode ook in klijstrons en magnetrons, waar het vooral aankomt op een goede levensduur bij hoge stroomdichtheden. Het toepassingsgebied heeft zich niet uitgestrekt tot het gebied van de niet-professionele buizen door:

- a. dure konstruktie, minder geschikt voor massafabrikage
- b. hoge werktemperatuur
- c. mede i.v.m. b) hoog gloeiwattage, waardoor andere buisonderdelen ook heet worden en tijdens levensduur gas blijven afgeven.
- d. i.v.m. b) katode-gloeidraadisolatiemoeilijkheden, die alleen opgelost zijn door de gloeidraad in te kitten, zodat gloeidraadtemperatuur beperkt blijft.
- e. i.v.m. d) toegestane spanning tussen katode en gloeidraad voor vele toepassingen onvoldoende hoog.
- f. sterke Ba-verdamping, waardoor bij bepaalde toepassingen isolatiemoeilijkheden ontstaan of buiskarakteristieken verlopen.

7.9.2 De geïmpregneerde katode

De geïmpregneerde katode, die volgens analoge principes werkt als de L-katode, wordt gemaakt door een poreus wolframlichaam met een porositeit van 17% te impregneren met Bariumaluminaat of Barium-calciumaluminaat nadat het wolframlichaam eerst in zijn uiteindelijke vorm is gebracht.

Men "vult" de poriën b.v. eerst met koper, zodat het materiaal mechanisch bewerkbaar is. Na de mechanische bewerkingen wordt het koper weer verwijderd, b.v. door verdamping.

Het impregneren gebeurt door het poedervormige aluminaat in direkt kontakt te brengen met het wolframlichaam en daarna te verhitten in waterstofatmosfeer tot boven het smeltpunt.

In vloeibare toestand zuigt het aluminaat in het poreuse wolframlichaam.

Als dragermateriaal voor het wolframlichaam komt in hoofdzaak molybdeen in aanmerking, dat beter verwerkbaar is als wolfram.

De konstruktie kan gelijk zijn aan die van de L-katode uit fig. 7.25. De vrijheid in de uitvoeringsvorm is bij de geïmpregneerde katode echter groter, wat vooral bij kleine afmetingen van voordeel is.

Bij de aktiverings- en werktemperatuur vindt er een reactie plaats analoog als bij de aluminaatversie van de L-katode, waarbij dus een ruime Ba-produktie wordt verkregen.

De aktiveringstijd is als regel korter dan bij de L-katode, omdat aanvankelijk een snellere Bariumaanvoer naar het emitterende oppervlak plaats heeft. Hierdoor herstelt deze katode zich ook sneller na een vergiftiging in het begin van de levensduur. Mede door de kleinere porositeit is de Bariumproduktie beter aangepast aan de Bariumbehoefte

Zolang de produktiesnelheid van Barium voldoende hoog blijft is de emissie goed en is, evenals bij de L-katode, de levensduur bepaald door de hoeveelheid aanwezig aktiverend materiaal. Ook de waarden van A en $\bar{\phi}_0$ zijn praktisch gelijk aan die bij de L-katode.

7.9.3 De osmium bedekte katode

Zoals is besproken zijn het in feite de gevolgen van de vereiste hoge werktemperatuur die toepassing van naleveringskatodes tot het professionele terrein hebben beperkt.

Recente pogingen om het toepassingsgebied van naleveringskatodes te verruimen door verlaging van de werktemperatuur, hebben geleid tot de osmium bedekte katode.

Deze ontwikkeling berust op het in 7.6.2 reeds besproken paradoxale feit dat de effectieve uittreepotentiaal bij optimale bedekkingsgraad kleiner wordt naarmate de uittreepotentiaal van het onbedekte metaal groter is.

Bij de osmium bedekte katode gaat men uit van een poreus wolframlichaam, dat hetzij als L-katode hetzij als geïmpregneerde katode is vervaardigd.

Aan de emitterzijde van dit poreuze wolframlichaam brengt men een osmiumlaagje aan ter dikte van 0,5 à 1 μm . De uittreepotentiaal van osmium bedraagt volgens tabel 7.1 5,9, dus aanzienlijk hoger dan van wolfram met een $\bar{\phi}_c$ van 4,5.

Na adsorptie met Ba wordt de uiteindelijke uittreepotentiaal ongeveer 1,6, dus lager dan bij de gewone L-katode, terwijl A van dezelfde orde grootte is.

Door de grote invloed van $\frac{e\bar{\phi}}{kT}$ op de verzadigingsemissie, kan de osmiumbedekte katode met zijn lagere $\bar{\phi}$ eenzelfde verzadigingsemissie leveren bij een lagere werktemperatuur.

Deze werktemperatuur, die voor de L-katode ongeveer 1100°C bedraagt, is voor de osmiumbedekte katode ongeveer 1000°C.

Dit betekent o.a. een geringere Bariumverdamping (bij eenzelfde porositeit van het wolframlichaam tenminste), dus minder last van roosteremissie, minder isolatiemoeilijkheden tussen katode en gloeidraad, enz. De lage werktemperatuur betekent voor een L-uitvoeringsvorm nog minder Barium tijdens aktiveren en de eerste levensduurtijd.

In de geïmpregneerde versie wordt dit bezwaar wel minder, doch blijft in principe bestaan.

De initiële emissie-eigenschappen kunnen echter worden verbeterd door toevoeging van koolstof (in de vorm van poedersuiker), die in de smelt gebonden is als CaC_2 . Hierdoor ontstaat een extra reductie van BaO tot vrij Barium.

De toepassing van deze katode verkeert nog geheel in het beginstadium, doch verwacht mag worden dat de principiële voordelen nieuwe wegen voor naleveringskatodes zullen openen.

7.10 De oxyde katode

7.10.1 Inleiding

Termische emissie kan behalve bij zuivere metalen, eventueel bedekt met geadsorbeerde atomen en ionen, ook optreden bij verbindingen.

In verband met eisen als lage verdampingssnelheid en hoog smeltpunt komen alleen in aanmerking de oxyden, carbiden, nitriden en boriden van metalen.

Hiervan zijn tot nu toe alleen de metaaloxiden van Ba, Sr en Ca van praktisch belang gebleken.

Deze groep van emitters, die met de verzamelnaam oxyde-katodes wordt aangeduid, zal nader worden besproken.

Een oxyde katode bestaat uit een metalen onderlaag, van W of Ni voor direkt verhitte en Ni-buis voor indirekt verhitte katodes. Aan deze onderlaag zijn als regel kleine hoeveelheden van een gemakkelijk oxydeerbaar metaal, zoals Mg, Si, Al, Mn toegevoegd. De metalen onderlaag is bedekt met een laag van BaO en SrO mengkristallen, soms nog aangevuld met CaO. Ook aan de spuitlaag voegt men soms extra reductiemiddelen toe. Zulke oxydelagen ontstaan door de metalen onderlaag te bedekken met een 10 à 100 μ m dikke laag van de overeenkomstige karbonaten.

De karbonaten worden verkregen door ze uit een waterige oplossing der overeenkomstige nitraten of hydroxyden met ammoniumkarbonaat of natriumkarbonaat neer te slaan.

Na wassen en drogen worden ze samen met een z.g. "binder"oplossing gedurende vele uren gemalen, waarna de deeltjesgrootte enkele mikrons is.

De verkregen suspensie wordt dan b.v. met een "verf"spuit op de metalen onderlaag aangebracht.

Hierbij verdampt het oplosmiddel, zodat een poreuse laag van karbonaatkristallen overblijft, die door de binder op de metalen onderlaag en tegen elkaar gekit zijn. Deze laag is zeer poreus; de dichtheid bedraagt 1 à 1,5 g/cm³.

De binder wordt tijdens het pompen ontleed (temp. \approx 400°C). Daarna wordt bij het ontleedproces de katode tot 1000 à 1150°C verhit waarbij de karbonaten ontleed worden in oxyden en koolzuur. Tevens worden de resten van de binder door de koolzuur geoxydeerd tot koolmonoxyde.

De gasvormige produkten worden weggepompt, zodat een laag van zuivere oxyden overblijft.

Deze laag is enigszins gesinterd, waardoor een goede hechting wordt verkregen.

De keuze van de katodetemperatuur tijdens dit ontleden is erg belangrijk voor de emissie.

Na nog een brandproces te hebben ondergaan is een katode verkregen die bij een werkt temperatuur van 750 à 850°C een continue emissie kan leveren van zeker 0,5 A/cm² en bij pulsbedrijf wel 50 A/cm².

7.10.2 Het emissiemechanisme

Bij de emissie van de zuivere metaalkatodes (b.v. W) en katodes van het type W-Th of de L-katode zijn het de vrije elektronen uit het basismateriaal die geëmitteerd worden. Het emissiemechanisme bij de oxydekathode is van geheel andere aard en hangt ten nauwste samen met de elektrische geleiding van de oxydelaag. Immers de geëmitteerde elektronen moeten in de stationaire toestand worden aangevuld doordat elektronen uit de metalen onderlaag in de oxydelaag treden en zich door deze laag heen naar het vakuum begeven. Over het mechanisme van deze geleiding bestaat nog steeds geen algemeen aanvaarde theorie, getuige de nog steeds aanhoudende stroom van artikelen die over dit onderwerp zijn verschenen sinds Wehnelt in 1903 voor het eerst elektronenemissie bij oxydekathodes aantoonde. Men is het er over eens dat elektrolytische geleiding een te verwaarlozen aandeel in de emissiestroom levert, zodat er dus sprake moet zijn van elektronengeleiding.

Algemeen aanvaard is de theorie van de kristalgeleiding. Loosjes en Vink hebben waarschijnlijk gemaakt dat geleiding in een oxydekathode ook gedeeltelijk poriëngeleiding is; zie Lit. 37.

a. Kristalgeleiding

Bij de kristalgeleiding hebben we te maken met de in 7.1 besproken impurity-halfgeleiders van het N-type. Bij de oxydekathode ontstaan deze door inbouw in het kristalrooster van een overmaat vrij Barium. Het verkrijgen en handhaven hiervan wordt in 7.10.4 nader besproken.

In het bandenplaatje van de impurity-halfgeleiders bevinden zich, zoals in fig. 7.6 is weergegeven, extra energieniveaus op geringe afstand E_0 van de lege geleidingsband; de met E_0 equivalente spanningsmaat noemen we φ_0 . Onder invloed van de warmtebeweging komen elektronen uit deze extra niveaus in de geleidingsband.

Zijn er per volume-eenheid N door elektronen bezette extra niveaus, dan volgt uit de theorie van de elektronen halfgeleiders voor het aantal elektronen n in de geleidingsband:

$$n = \text{konstante } N^{\frac{1}{2}} T^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{E_0}{2kT}\right) \quad (7.78)$$

Het geleidingsvermogen χ zal hiermee evenredig zijn.

In een beperkt temperatuurgebied zal $\ln \chi$ als functie van $\frac{1}{T}$ vrijwel een rechte zijn, omdat de term $T^{\frac{3}{2}}$ geringe invloed heeft in vergelijking met de exponentiële term. Het geleidingsvermogen is dan dus voor te stellen door:

$$\chi = K \exp\left(-\frac{E_0}{2kT}\right) \quad (7.79)$$

waarin K een konstante is.

Het beeld wordt nog iets ingewikkelder indien er meer soorten verontreiniging tegelijkertijd aanwezig zijn.

In dit geval gaat formule (7.79) over in:

$$\chi = \sum_n K_n \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right) \quad (7.80)$$

b. Poriëngeleiding

Loosjes en Vink onderzochten het geleidingsvermogen van oxydelagen in verschillende opeenvolgende aktiveringstoestanden en konden deze waarnemingen met formule (7.80) niet geheel verklaren. Ditzelfde gold ook voor de kromming der stroom-spanningskarakteristieken.

Zij vestigden de aandacht op het feit dat voor de emissie van een oxydekathode de porositeit van de laag van het allergrootste belang is. Wordt nl. te snel en/of op te hoge temperatuur ontleed, dan sintert de laag dicht en wordt geen goede emissie verkregen.

Uit deze experimentele feiten is een theorie opgebouwd volgens welke de geleiding in een oxydelaag te danken is aan twee parallelgeschakelde mechanismen. Bij lage temperatuur ($< 500^{\circ}\text{C}$) zou de kristalgeleiding overheersen, en bij hoge temperatuur ($> 600^{\circ}\text{C}$) de poriëngeleiding.

Deze poriëngeleiding ontstaat door emissie vanuit de korrels van de oxydelaag, waardoor een elektronenwolk ontstaat in de poriën tussen de korrels.

Deze poriën leiden als fijne kronkelige kanaaltjes van de metalen onderlaag tot het kathode-oppervlak. Het zijn de elektronen uit genoemde elektronenwolk die aan geleiding kunnen deelnemen indien over de oxydelaag een elektrisch veld wordt aangelegd.

De experimenten waarop de theorie van de poriëngeleiding steunt, zijn volgens andere auteurs ook op andere wijze te verklaren; deze theorie is dus nog niet algemeen aanvaard.

7.10.3 De verzadigingsemissie

Voor de verzadigingsstroom kan men volgens de theorie der kristalgeleiding in een beperkt temperatuurgebied de volgende formule afleiden:

$$I_s = K_2 T^{5/4} \exp - \frac{e(\varphi_a + \frac{\varphi_0}{2})}{kT} \quad (7.81)$$

Naar analogie met (7.11) wordt de uittreepotentiaal $\bar{\phi}'$ gedefinieerd door

$$\bar{\phi}' = \varphi_a + \frac{\varphi_0}{2} \quad (7.82)$$

waarmee (7.81) overgaat in:

$$I_s = K_2 T^{5/4} \exp - \frac{e\bar{\phi}'}{kT} \quad (7.83)$$

Het potentiaalverloop van fig. 7.10 gaat nu over in dat van onderstaand fig. 7.27.

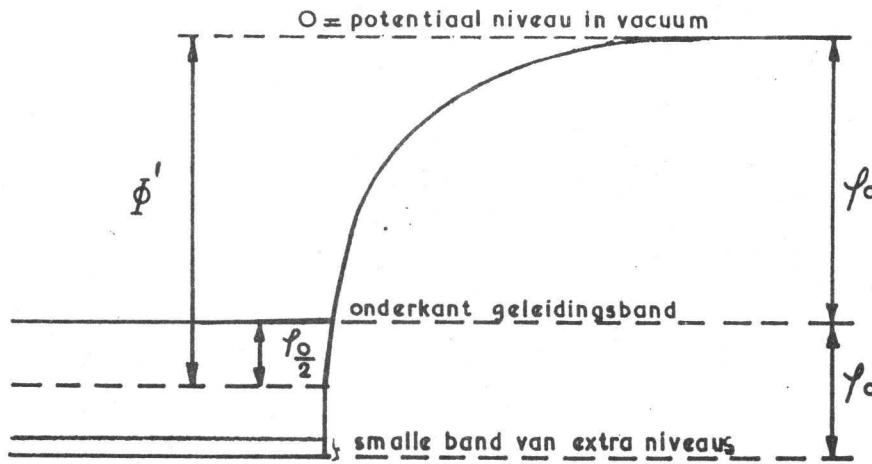


Fig. 7.27

Een Richardson lijn zou gemaakt moeten worden door $\ln \frac{I_s}{T^{5/4}}$ uit te zetten als functie van $\frac{1}{T}$.

Uit de helling van deze curve zou ϕ' volgen en door extrapolatie K_2 . De grote praktische moeilijkheid hierbij is dat K_2 afhangt zowel van het aantal door elektronen bezette extra niveaus N , als van de temperatuurcoëfficiënt α uit formule (7.12). Het is zelfs nog een vraag of ϕ' wel lineair met de temperatuur varieert. Deze problemen zijn moeilijk oplosbaar, o.a. omdat experimenten met oxydekathodes in het algemeen slecht reproduceerbaar zijn.

In de praktijk gebruikt men dan ook als regel voor oxydekathodes analoog aan formule (7.23):

$$I_s = AOT^2 \exp - \frac{e\phi'}{kT} \quad (7.84)$$

en bepaalt A en ϕ' door $\ln \frac{I_s}{T^2}$ uit te zetten tegen $\frac{1}{T}$. De grote moeilijkheid

hierbij is dat het effectieve emitterende oppervlak door het ruwe uiterlijk van de katode aanzienlijk groter kan zijn dan het macroskopische oppervlak. Ook is de uittreepotentiaal langs het oppervlak niet konstant; men vindt dus steeds een gemiddelde ϕ' over het oppervlak. De op deze manier bepaalde konstanten hebben geen enkele fysische betekenis, ofschoon de zo bepaalde ϕ' weinig af zal wijken van de uit (7.83) bepaalde ϕ' . De grootte ϕ' in (7.84), die men ook uittreepotentiaal blijft noemen, is in ieder geval een bruikbare vergelijkingsgrootte met die gevallen waarvoor (7.23) exact geldt.

Bij een goed geactiveerde oxydekathode bedraagt ϕ' ongeveer 1 à 1,3 Volt, terwijl voor A waarden worden gevonden van zeer klein tot ≈ 6 .

Bij oxydekathodes treedt eigenlijk geen duidelijke verzadigingsstroom op. Bij toenemende anodespanning worden uit de oneffenheden van het katodeoppervlak nog elektronen naar de anode getrokken.

De diodekarakteristieken van een typische oxydekathode en Wolframkatode zijn in fig. 7.28 aangegeven.

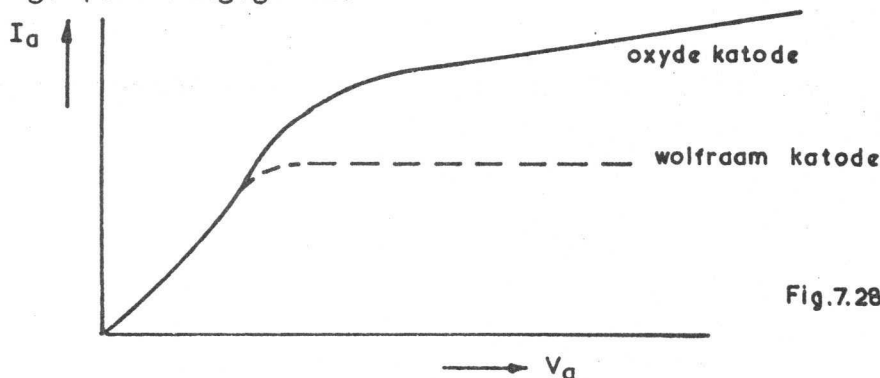


Fig. 7.28

7.10.4 Het verkrijgen en handhaven van een goede emissie

In 7.10.2 is reeds gewezen op het feit dat de emissie van een oxydekathode sterk afhangt van de hoeveelheid in het kristalrooster ingebouwd vrij Barium.

De grote rol die Ba speelt wordt ook bewezen doordat een oxydekathode geactiveerd kan worden door van buitenaf Ba op de kathode te destilleren.

De rol die Sr en eventueel Ca bij de emissie spelen is niet duidelijk. Waarschijnlijk verhogen ze t.g.v. roosterdeformatie de mogelijkheid tot inbouw van Bariumcentra.

Experimenteel is gebleken dat de mengverhouding BaO, SrO en CaO van grote invloed is op de emissie.

Bij een oxydelaag bestaande uit BaO en SrO wordt een maximale emissie verkregen als BaO en SrO ongeveer in gelijke delen aanwezig zijn.

Na enige tijd in bedrijf, blijkt de toplaag van zulk een oxydekathode voornamelijk te bestaan uit SrO in het kristalrooster waarvan Ba is ingebouwd; het overige deel van de laag bestaat uit BaO + SrO.

Bij een z.g. triple-karbonaat-kathode wordt een maximale emissie bereikt bij gelijke mol. verhoudingen BaO en SrO waaraan ongeveer 5% CaO is toegevoegd.

Hoewel met een triple karbonaat in principe een hogere emissie mogelijk is, met betere onderbelastingseigenschappen en gifresistentie, worden zulke oxydekathodes toch niet altijd verkozen boven de BaO + SrO versie omdat soms last van interface-effekten en hechtingsmoeilijkheden worden ondervonden.

Vrij Barium wordt gevormd door:

- a. Reduktie van BaO door de reductiemiddelen uit de metalen onderlaag (en eventueel de aan de spuitlaag toegevoegde reductiemiddelen)
- b. Reactie van BaO met waterstof uit de restgassen.
Welk mechanisme hier precies een rol speelt is niet bekend.
- c. Misschien ook door elektrolyse tijdens stroomtrekken.
Hierbij bewegen Ba^{++} ionen naar de metalen onderlaag en O^{--} ionen in tegenovergestelde richting, die aan het grensvlak met het vacuum geëmitteerd worden.
Het bij a) en c) aan de metalen onderlaag gevormde vrije Ba zal zich door diffusie door de gehele oxydelaag verspreiden en (wellicht) ook de toplaag bedekken.
Opgemerkt moet nog worden dat de processen b) en c) kwantitatief niet interessant zijn en dat bij a) slechts een deel van de voorraad BaO omgezet kan worden in vrij Barium.

Er gaat Barium verloren door:

- d. Verdamping aan het oppervlak.
- e. Katodevergiftiging, zoals in 7.7 is besproken.

De Bariumproduktie is afhankelijk van de diffusie van de aktivatoren uit de metalen onderlaag naar de grenslaag met de oxydelaag. Deze diffusie wordt bepaald door de aard en het percentage van de aktivatoren en door de katodetemperatuur. De dikte van de metalen onderlaag bepaalt mede de "levensduur" van de aktivator en daarmee de levensduur van de kathode.

In fig. 7.29 is de mogelijke Bariumproduktie voor een zekere katode by twee verschillende temperaturen aangegeven, waarbij $T_2 > T_1$. De vermoedelijk gewenste produktie is met een stippellijn aangegeven. Bij de temperatuur T_1 onderschrijdt de produktie de Bariumbehoefte na 500 uur. Wordt een hogere temperatuur T_2 gekozen, dan is de Bariumproduktie hoger, zodat een snellere aktivering mogelijk is, de levensduur is echter veel korter.

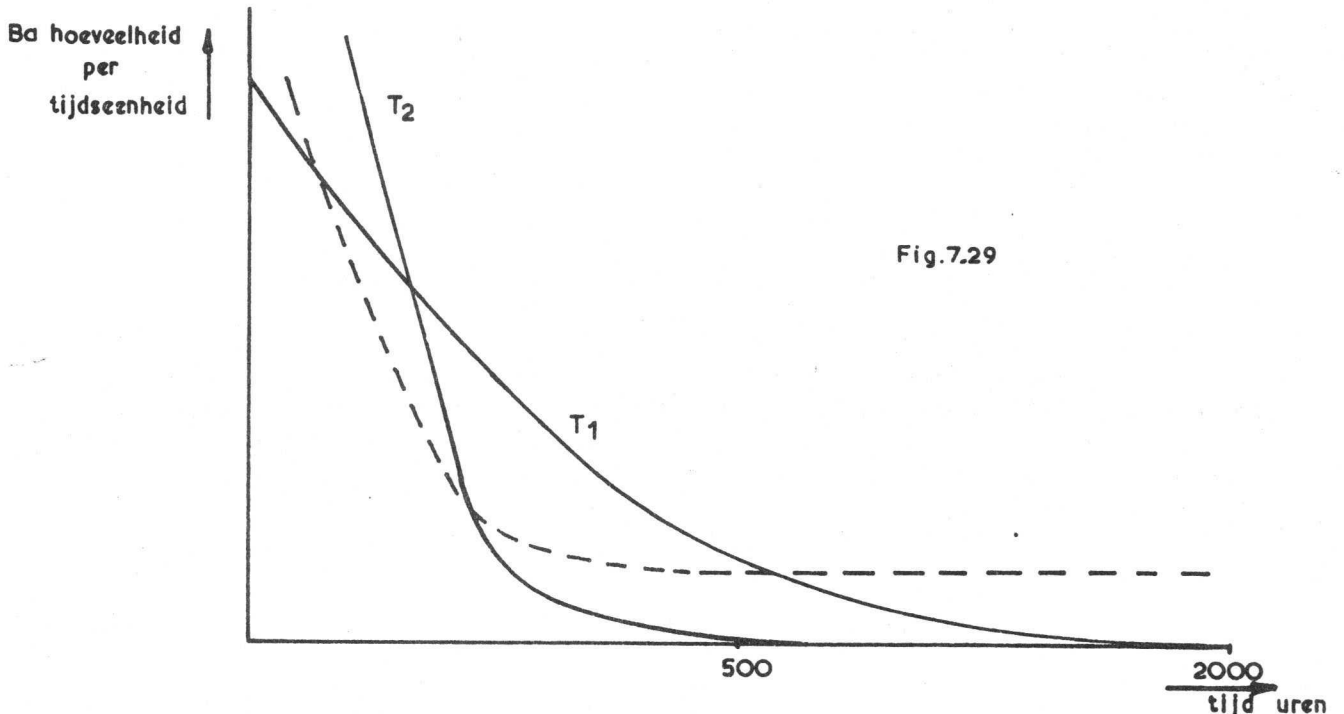


Fig.7.29

Door opvoering van het aktivatorpercentage zullen de getrokken curves in fig. 7.29 evenredig opschuiven, waardoor de levensduur dus toeneemt. Echter is de Bariumproduktie dan aanvankelijk veel te groot en zal een overmatige Bariumverdamping optreden wat eventueel isolatiemoeilijkheden en verloop van buiskarakteristieken tot gevolg kan hebben.

Door geschikte combinatie van aktivatoren met verschillende diffusie-snelheid tracht men produktie en behoefte zodanig aan elkaar aan te passen dat de verbruikslijn steeds royaal gehaald wordt. Elke duidelijke overschrijding in een bepaald interval gaat ten koste van de te bereiken levensduur.

In de praktijk blijkt de aktivatorkeuze minder eenvoudig te zijn dan uit het bovenstaande verwacht zou worden. Het geschetste beeld wordt door bepaalde interakties gestoord.

Bij de reductie van BaO aan de metalen onderlaag ontstaan er ook reactie-produkten van BaO met de reductiemiddelen. Deze zogeheten interface verbindingen zijn in vele opzichten schadelijk.

- a. Zij kunnen een vrij hoge weerstand vormen voor de doorgaande elektronen, zodat de buiskarakteristieken beïnvloedt worden; men spreekt van interface-weerstand; zie Lit. 29.

- b. Zij kunnen een slechte hechting van de oxydelaag op de metalen onderlaag veroorzaken, waardoor de emissie snel daalt door onvoldoende nalevering van Ba; zelfs afbladderen komt voor.
- c. Zij kunnen een diffusiebarrière vormen voor de aktivatoren of BaO die zich naar het grensvlak willen begeven. Ook het transport van vrij Barium vanuit het grensvlak kan worden gehinderd.
- d. Zij kunnen een hoge stralingskoefficiënt hebben, waardoor bij toename van de interface (tijdens levensduur) de katodetemperatuur af kan nemen. Dit gaat een rol spelen bij katodes met dunne spuitlaag en groot spuitlaagoppervlak.

Er kunnen twee groepen van reduktiemiddelen worden onderscheiden. Zo zijn Mg, Al en Si, Ti, Zr sterke reduktiemiddelen. Aangenomen wordt dat de concentratie aan de grenslaag nikkel-oxydelaag van deze reduktiemiddelen nul is, zodat de diffusiewetten het gehele proces beschrijven.

Bij de reduktiemiddelen uit de tweede groep zoals Mn, W en C is er een eindige oppervlakte-koncentratie aanwezig, waardoor de diffusie geremd wordt en soms ook de chemische reactie wacht tot de Barium concentratie laag genoeg is geworden.

7.4.4.5 Praktische begrenzungen

Voor een goede emissie van een oxydekathode is een goed vacuüm vereist, waarvoor hoge eisen gesteld moeten worden aan het pompproces, ontgassen van buisonderdelen en de getter. De reduktiemiddelen moeten aangepast zijn aan de Ba behoefte, waarbij de reactieprodukten geen storende interface mogen vormen. Bij het toenemen van de gemiddelde stroomdichtheid zal het Ba-verlies door elektrolyse toenemen, en de levensduur sneller afnemen dan op basis van Ba-verdamping verwacht mocht worden. Deze effecten zouden verminderd kunnen worden indien de katodetemperatuur werd verlaagd, echter een hoge stroomdichtheid kan dan niet geleverd worden, terwijl de gevoeligheid voor vergiftiging toeneemt. Het blijkt dus dat er verschillende tegenstrijdige eisen aan de kathode gesteld worden.

Een ander belangrijk punt is de joule-warmte die in de oxydelaag gevormd wordt.

Immers de oxydelaag is een halfgeleider met een voor de elektronenstroom I , die er dwars doorheen moet om geëmitteerd te worden, vrij grote weerstand R .

Vooraf bij grote stromen zal de joulewarmte I^2R grote waarden aannemen.

Het afkoelingseffekt, dat we bij de L-kathode hebben besproken en bij een oxydekathode met zijn veel lagere uittreepotentiaal ongeveer $1,5 \times$ zo klein is, kan door de ontwikkelde joulewarmte worden overgecompenseerd. Er kan dus een temperatuurverhoging van de oxydelaag ontstaan.

Ernstige gevolgen kan deze joulewarmte hebben indien, zoals helaas meestal het geval is, de stroomdichtheid niet uniform is door grote verschillen in uittreepotentiaal over het emitterende oppervlak, en dus plaatselijk hoge vermogens moeten worden gedissipeerd.

Het bovenstaande moge verklaren waarom voor een levensduur van minstens 1000 uur een oxydekatode een maximale kontinu-belasting van $0,5 \text{ A/cm}^2$ bij kontinu-belasting kan leveren, terwijl dit bij pulserend bedrijf wel 50 A/cm^2 kan zijn.

7.11 Vergelijking van de thermische elektronenemitters; zie ook Lit. 31.

De besproken elektronenemitters zullen nu met elkaar vergeleken worden op de volgende punten.

7.11.1 De belastbaarheid en werkteemperatuur.

7.11.2 Het thermische rendement.

7.11.3 De gevoeligheid voor vergiftiging en de bestendigheid voor hoge spanningen en snelle gasionen.

7.11.4 Toepassingen.

7.11.1 De belastbaarheid en werkteemperatuur

De temperatuurafhankelijkheid van de verzadigingsemissie is weergegeven in fig. 7.30, waar J_s op logaritmische schaal is uitgezet als functie van de temperatuur.

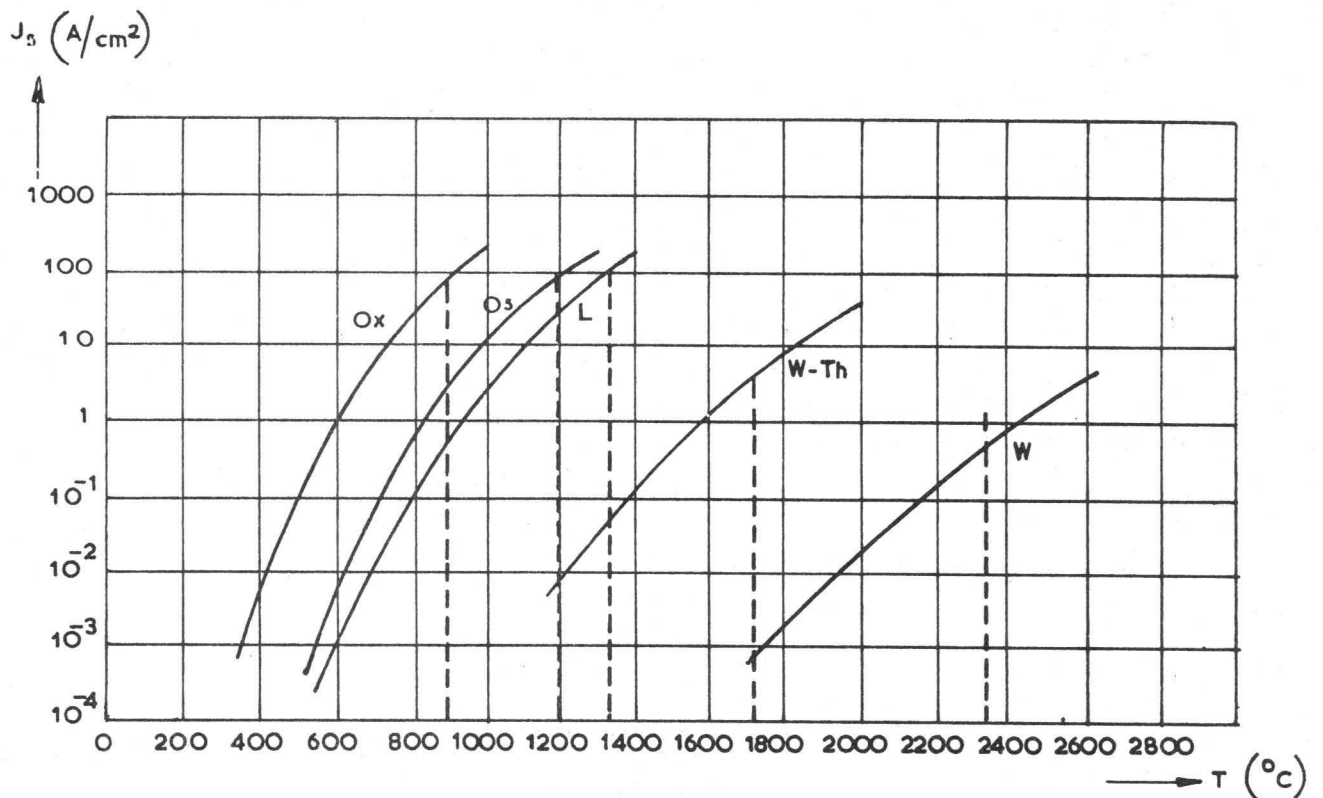


Fig.7.30

Voor elke katode is door een verticale stippellijn aangegeven wat ongeveer de maximale temperatuur is waarop zij gebruikt kan worden bij een levensduur van minstens enige honderden uren.

Bij de oxydekatode kunnen de verzadigingsstromen uit fig. 7.30 alleen bij pulsemissie worden geleverd; bij kontinubelasting kunnen hiervan slechts enkele procenten worden geleverd.

De krommen zijn afgebroken bij een temperatuur waarop de betreffende katode spoedig zou bezwijken.

Bij de l- en de geïmpregneerde katode is dit punt echter minder door de katode zelf, doch meer door dissipatiemoelijkheden aan de stroomvoerende anodes bepaald.

In tabel 7.2 zijn vermeld de gebruikelijke bedrijfstemperatuur en de voor een levensduur van minstens enkele honderden uren maximaal toegestane bedrijfstemperatuur en de hierbij maximaal toegestane emissie.

Het behoeft geen nader betoog dat katoles met een lage werkt temperatuur de voorkeur verdienen, o.a. in verband met gloeidraad-isolatieproblemen, roosteremissie t.g.v. opgedampte aktivatoren, vereiste gloeiwattage, enz.

Een vergelijking van de verschillende katodetypes is ook zinvol op basis van de formule van Richardson.

$$J_s = AT^2 \exp - \frac{e \phi_0}{kT}, \text{ zie (7.23).}$$

In fig. 7.31 is $\log \frac{J_s}{T^2}$ uitgezet als functie van $\frac{1000}{T}$.

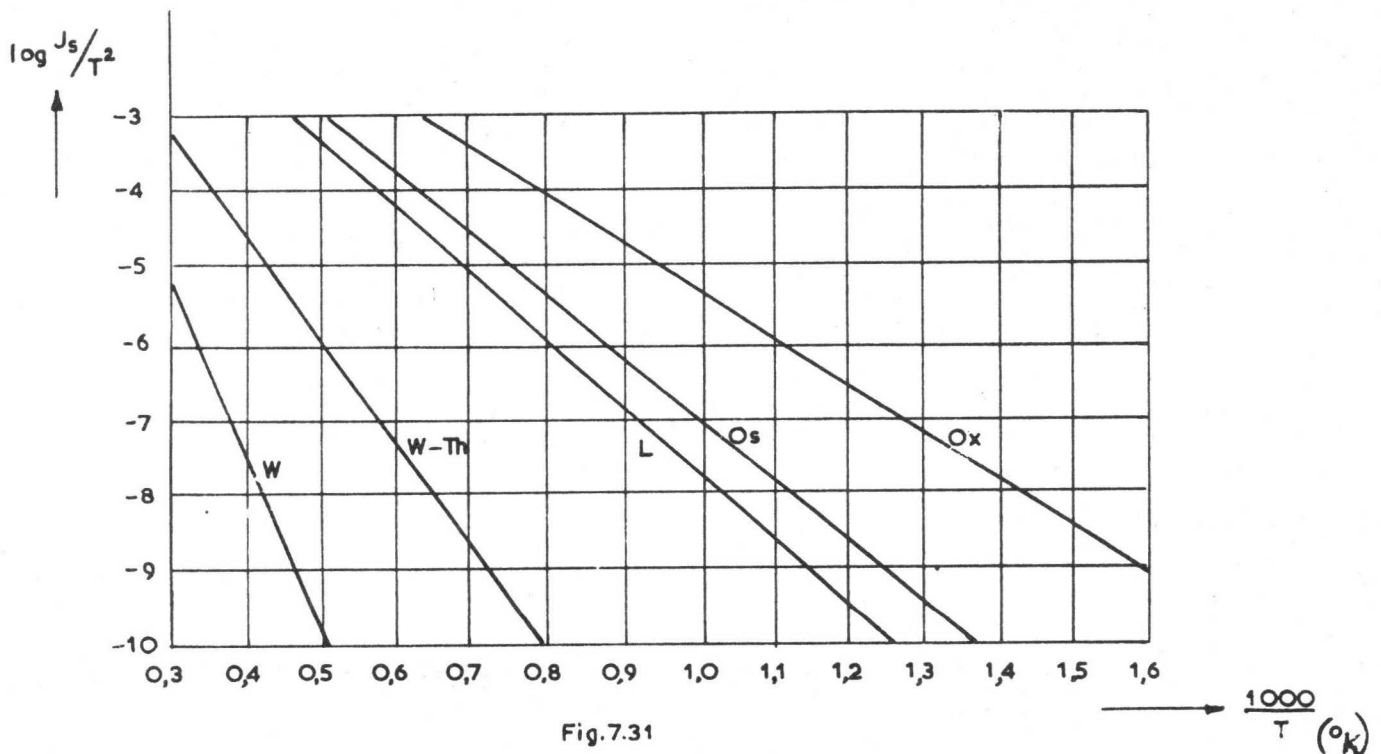


Fig.7.31

Uit de hellingen van deze curves volgt de uittreepotentiaal ϕ_e , terwijl A volgt door extrapolatie. In tabel 7.2 zijn de gemiddelde waarden van ϕ_e en A, zoals deze door diverse auteurs zijn gevonden, vermeld.

Wat de uittreepotentiaal betreft, moeten we nog even stil staan bij het volgende.

Tot nu toe werden alleen katodes beschouwd met een homogeen emitterend oppervlak.

Deze situatie wordt benaderd door het oppervlak van een monokristal. De in de praktijk gebruikte katodes bezitten echter in het algemeen een inhomogeen emitterend oppervlak, zowel ten gevolge van de verschillen in uittree-arbeid over het oppervlak, als door hun weerstand en ruwheid. Experimenteel kan het bestaan van deze inhomogeniteiten o.a. worden aangetoond door elektronenoptische afbeeldingen.

Voor kwantitatieve analyses zijn echter verfijnde meettechnieken ontwikkeld; zie ook Lit. 35.

Het is gebleken dat een Wolframmonokristal een zeer smalle verdeling van de uittreepotentiaal heeft. Van de overige katodes, die polykristallijn en poreus zijn, benadert de osmium bedekte katode het gedrag van een monokristal het best, gevolgd door de gewone L of geïmpregneerde katode, terwijl de oxyde katode een zeer brede verdeling van de uittreepotentiaal bezit. Bij deze oxydekathode wordt dus het grootste gedeelte van de verzadigingsstroom geleverd door een klein aantal gebiedjes van geringe uittreepotentiaal. Dit is dan ook een van de redenen dat deze katode geen hoge stroomdichtheid bij kontinubedrijf kan leveren.

7.11.2 Het termische rendement

Om een emitterend oppervlak op de vereiste temperatuur te brengen moet aan dit oppervlak een zeker vermogen worden toegevoerd, direkt via de katodetoevoeren of indirekt via een extra gloeilichaam.

In beide gevallen moet ook warmte worden toegevoerd ter kompensatie van de verschillende verliezen door de konstruktie-elementen: stralingsverliezen, geleidingsverliezen en gloeidraadverliezen.

Wanneer men van deze verliezen afziet, kan een teoretisch termisch rendement worden gedefinieerd.

Hieronder verstaat men dan de maximaal te emitteren elektronenstroom in ampère per Watt gloeistroomvermogen. Hierbij spelen dus alleen de temperatuurafhankelijkheid van de emissie en de stralingseigenschappen van het emitteroppervlak een rol.

In fig. 7.32 is dit rendement als funktie van de verzadigingsemissie voor enkele katodetypes uitgezet.

Bij elke katode neemt dit rendement bij stijgende temperatuur toe, omdat J_s exponentiëel moet T toeneemt, terwijl de straling dit slechts met een zekere macht van T doet. Het rendement zal groter zijn naarmate de emissiekromme in fig. 7.30 bij lagere temperaturen verloopt en naarmate het emitteroppervlak meer van een zwarte straler afwijkt.

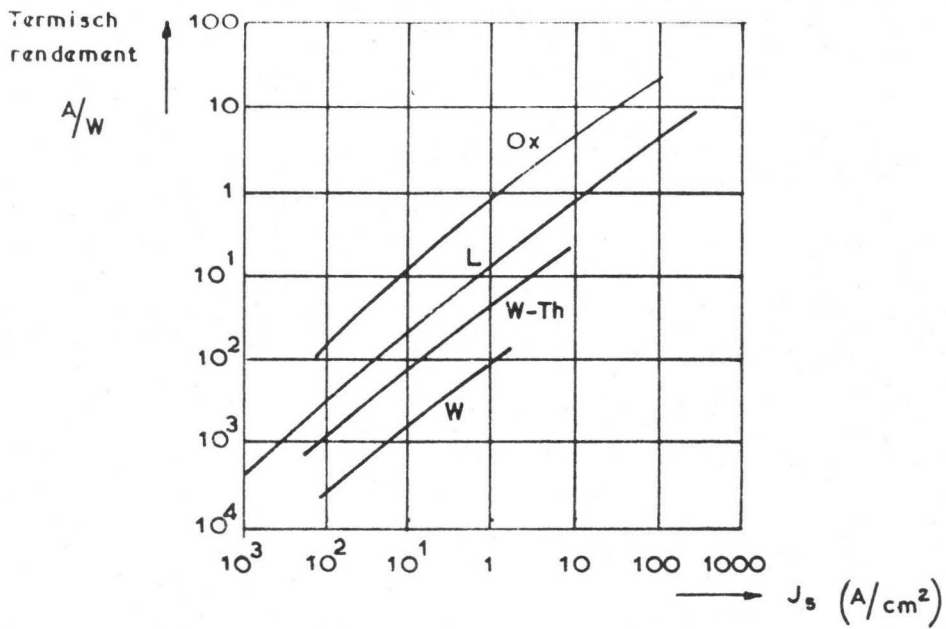


Fig.7.32

Uit 7.32 volgt dat de oxydekatode het hoogste termische rendement heeft en de Wolframkatode het laagste.

Uit dit oogpunt zou de oxydekatode dus steeds de voorkeur verdienen.

Het verschil in rendement tussen de oxydekatode en de overige katodetypes wordt nog vergroot door het reeds besproken afkoeleffect, besproken in 7.9.1 en de warmte-ontwikkeling in de weerstand van de oxydelag bij een oxydekatode, besproken in 7.4.4.3.

7.11.3 De gevoeligheid voor vergiftiging en de bestendigheid tegen hoge spanningen en beschieting met snelle elektronen en gasionen

De Wolframkatode is vrij ongevoelig voor de restgassen in de buis omdat de reaktieproducten vluchtig zijn en het oppervlak dus steeds "schoon" blijft.

De bestendigheid tegen hoge spanningen en beschieting met snelle elektronen en gasionen is goed.

De Wolfram-Thorium katode is zeer gevoelig voor restgassen, vooral zuurstof die de geadsorbeerde Thoriumlaag kan oxyderen. De bestendigheid tegen beschieting met snelle gasionen en elektronen is slecht, de bestendigheid tegen hoge spanningen goed.

Ook de overige katodes zijn gevoelig voor vergiftiging, vooral ook weer voor zuurstof en zuurstofverbindingen. Bij sommige vergiftigingen herstelt de emissie zich indien de vakuumpcondities weer normaal worden. Dit herstel is bij een oxydekatode soms zeer moeilijk te bereiken, de L-katode en de geïmpregneerde katode herstellen zich als regel vrij snel.

De geïmpregneerde katode kan gedurende de levensduur zelfs verscheidene malen aan lucht worden blootgesteld om na herstel van het vacuüm weer te worden gereactiveerd.

Tegen een kortstondig bombardement door snelle gasionen of elektronen, of bij overspringende vonken, is een oxydekatode wel bestand, maar bij langere duur van deze verschijnselen kan de gehele oxydelaag door verstuiwing verloren gaan, of kunnen gaten in de oxydelaag ontstaan.

De naleveringskatodes uoorstaan deze verschijnselen echter langdurig. In tabel 7.2 zijn de gegevens uit deze paragraaf samengevat.

7.11.4 Toepassingen

De Wolfram katode werd vroeger voornamelijk toegepast in buizen waar hoge spanningen aan de orde zijn, zoals röntgenbuizen en zendbuizen van groot vermogen.

In deze buizen kan geen Ba of Mg gebruikt worden om de restgassen te binden wegens gevaar van overslag tussen de elektroden. De gloeiende Wolframdraad fungeert hier als getter.

De Wolframkatode wordt tegenwoordig ook nog gebruikt in toepassingen waarbij de restgassamenstelling slecht beheerst kan worden, zoals in demontabele systemen voor experimentele doeleinden en bij de Eidophoor grootbeeldprojectie "televisiebuis.

Waar enigszins mogelijk, is de Wolframkatode vervangen door de W-Th katode. Dit is o.a. het geval bij moderne zendbuizen waar zirkoongetters worden toegepast.

Naleveringskatodes worden gebruikt in ultrakortegolfbuizen, waar kleine katode-rooster afstanden en/of hoge stroomdichtheden worden gevraagd.

Oxydekatodes worden bij alle soorten elektronenbuizen toegepast, o.a. vanwege zijn gunstig termisch rendement, tenzij specifieke eisen andere katodetypes noodzakelijk maken.

TABEL 7.2

	gebruikelijke bedrijfstemp. °C	maximale be- drijfstemp- ratuur °C	maximaal toe- gestand emis- sie A/cm ²	φ ₀ Volt	A A/cm ² · K ²	seveerigheid voor vergiftiging	Bestendig tegen	
							hoge spanningen	beschieting met snelle elektro- nen of glasionen
W-katode	2200	2350	1	4,5	50	gering	goed	goed
W-Th katode	1700	1750	2	2,75	9	groot	goed	slecht
L-katode + Geimpregn. katode	1100	1350	100	1,7	8	groot echter snel herstel	goed	goed
osmium be- dekte ka- tode	1000	~ 1200	100	1,6	10	nog weinig ervaring		
oxyde ka- tode	800	900	kontinu 0,5 gepulst 50	1,3	6	groot	bij pulsbedrijf vrij goed	goed gedurende korte tijd

7.12 Koude emissie

In 7.5 werd besproken hoe de termische verzadigings-emissie toeneemt bij toenemende anodespanning, het z.g. Schottky effect. Bij zeer hoge veldsterkten neemt de elektronenemissie echter sneller toe dan uit formule (7.75) zou volgen. Zelfs wordt de emissie nu onafhankelijk van de katodetemperatuur. Deze z.g. koude emissie, ook wel veldemissie genoemd, is afhankelijk van de veldsterkte E volgens:

$$J = a E^2 \exp - \frac{b}{E} \quad (7.85)$$

waarin a en b materiaalkonstanten zijn.

Het mechanisme van deze emissie zal hier slechts zeer beknopt worden aangegeven.

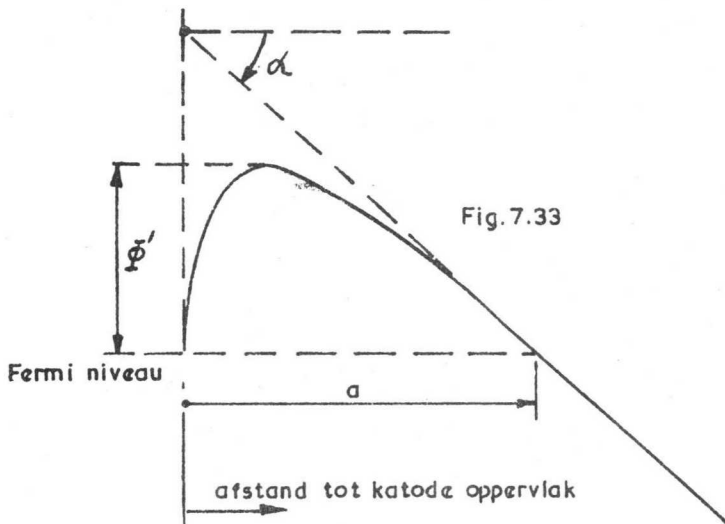
We beschouwen in fig. 7.33 het potentiaalverloop nabij het oppervlak van de katode, waarbij een positieve potentiaal weer naar beneden

is uitgezet. Aan dit oppervlak is de veldsterkte van het uitwendige veld E , waarbij $\text{tg } \alpha = E$.

Volgens 7.3 moet een elektron dat zich op het Fermi-niveau bevindt minstens een kinetische energie $e\phi'$ bezitten om uit te kunnen treden. Voor een elektron met een kleinere kinetische energie is er echter toch een zekere waarschijnlijkheid dat dit elektron de potentiaalbarrière "binnendringt". Soms wordt de afstand a) in fig. 7.33 zelfs overbrugt en treedt het elektron uit. Dit verschijnsel noemt men het tunneleffect.

Genoemde waarschijnlijkheid neemt toe naarmate de dikte a) van de potentiaalbarrière afneemt. In het algemeen is ϕ' enkele volts, dus bij een veldsterkte van

10^8 V/m bedraagt a slechts 0,1 à 0,01 mikron.



Uit (7.85) volgt dat de veldemissie zeer sterk afhankelijk is van de veldsterkte E aan het katode-oppervlak. Om deze velden op te wekken past men scherpe puntvormige katodes toe. Het in stand houden hiervan vraagt extreem lage drukken en is dus moeilijk realiseerbaar. Een van de grootste praktische moeilijkheden van koude katodes is dan ook de instabiliteit.

Praktische toepassing heeft de "koude" katode dan ook nog nauwelijks gevonden. Voor speciale uitvoeringsvormen van koude katodes, als MgO- en tunnelkatodes wordt verwezen naar Lit. 30.

In de meeste elektronenbuizen is veldemissie een ongewenst bijverschijnsel, en is een van de oorzaken voor het ontstaan van overslagen tussen elektrodes. Ruwe oppervlakken, waar plaatselijk zeer hoge veldsterkten kunnen optreden, moeten dan dus juist worden voorkomen.

7.13 Sekundaire emissie

7.13.1 Algemene eigenschappen

Sekundaire emissie treedt op wanneer een vaste stof door primaire elektronen (of ionen) wordt getroffen. Hierbij wordt een klein deel van de beschietende deeltjes gereflekteerd terwijl een groot deel zijn energie overdraagt aan in het beschoten materiaal nabij het oppervlak aanwezige elektronen. Deze laatste kunnen, indien hun bewegingsrichting gunstig is, het beschoten oppervlak verlaten; dit zijn de z.g. sekundaire elektronen; zie ook Lit. 36.

We zullen de sekundaire emissie alleen van de praktische kant benaderen en meteen een opstelling beschrijven voor het meten van de sekundaire emissie door primaire elektronen, die volgens een tegenveldmethode geschiedt.

In fig. 7.34 bevindt de te beschieten stof zich op een plaatje P. Een elektronenkanon bestaande uit een Wolframkatode, een stuurrooster en een anode is zo gekonstrueerd dat een smalle bundel elektronen P kan beschieten. P is nagenoeg geheel omgeven door een holle metalen bol B, de kollektor. Van de sekundaire elektronen die met verschillende snelheid in verschillende richtingen uittreden, komen diegenen op B terecht waarvoor het spanningsverschil V_{PB} tussen B en P, waarbij $V_B < V_P$, voldoet aan:

$$\bullet V_{PB} \leq \frac{1}{2} m v_0^2 \quad (7.86)$$

Hierin is v_0 de uittreesnelheid van de sekundaire elektronen.

Men noemt het gemiddelde aantal sekundaire elektronen dat per primair elektron wordt vrijgemaakt de sekundaire emissiefactor δ .

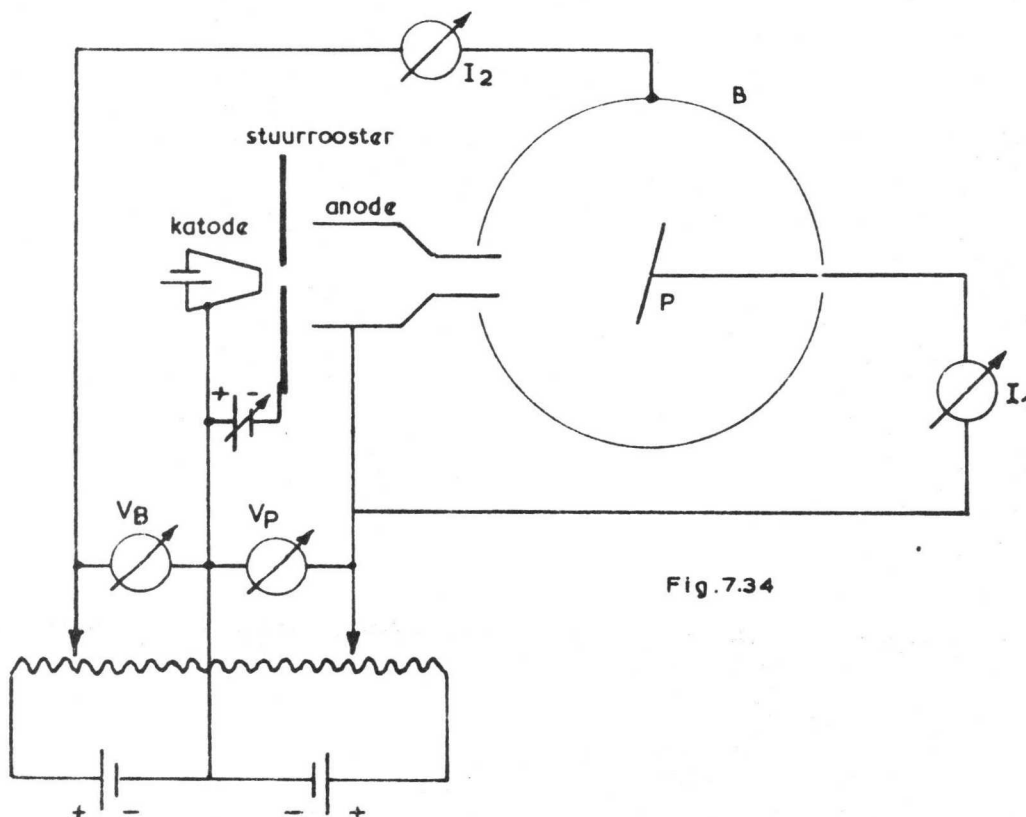


Fig. 7.34

Door I_1 en I_2 te meten volgt δ uit:

$$\delta = \frac{I_2}{I_1 + I_2} \quad (7.87)$$

Immers: I_1 is het verschil tussen de primaire en sekundaire elektronenstroom en I_2 is gelijk aan I_{sek} .

De stromen I_1 en I_2 moeten zo klein worden gekozen dat er geen ruimtelading optreedt; anders wordt δ te klein gemeten.

De energieverdeling van de sekundaire elektronen, die bij bepaalde V_P worden geëmitteerd, kan worden bepaald door V_B te variëren tussen 0 en V_P , en I_2 te meten.

In fig. 7.35 is horizontaal V_B uitgezet in % van V_P en vertikaal

de kollektorstroom I_2 . Deze is

gelijk aan het percentage sekundaire elektronen waarvan de snelheid voldoet aan (7.86), waarbij 100% overeenkomt met die I_2 behorende bij $V_B = 0$.

Door de z.g. tegenspanningskromme van fig. 7.35 te differentiëren, ontstaat de snelheidsverdeling van de sekundaire elektronen; deze is in fig. 7.36 weergegeven.

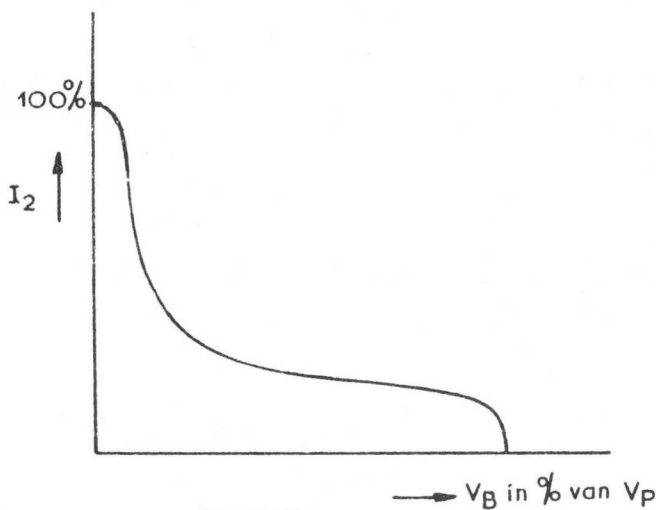


Fig. 7.35

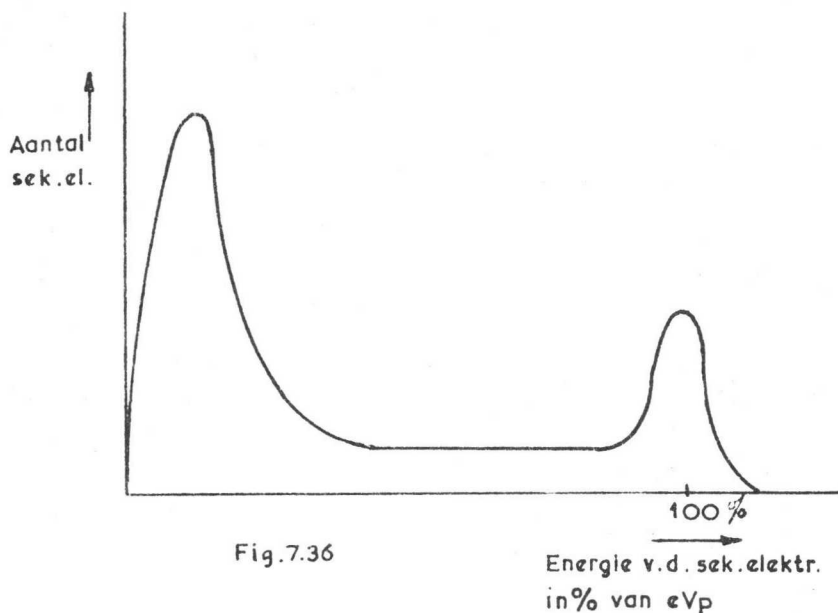


Fig. 7.36

Hierbij valt het volgende op te merken.

- a. Het grootste aantal sekundaire elektronen heeft een snelheid tussen 2 en 40 e V, ongeacht de primaire spanning. Ook de plaats van het maximum is vrijwel onafhankelijk van V_p . Dit is het gebied van de "echte" sekundaire elektronen. Deze ontstaan doordat de primaire elektronen hun energie overdragen aan de elektronen die in het beschoten materiaal aanwezig zijn nabij het oppervlak (indringdiepte in de orde van 1 m μ).

Het aantal "echte" sekundaire elektronen kan veel groter zijn dan het aantal primaire elektronen omdat hun snelheid veel geringer is.

- b. Een deel van de primaire elektronen staat een deel van hun energie aan het beschoten oppervlak af en keert terug; dit is onelastische reflectie. Hun snelheid ligt ongeveer tussen 20 e V en 90% van V_p . Het vlakke gedeelte in fig. 7.36 is hierdoor verklaard.
- c. Een klein deel van de primaire elektronen wordt nagenoeg geheel elastisch gereflekteerd. Deze elektronen "verlaten" de beschoten stof met een snelheid tussen 90 en 100% van V_p .

De sekundaire emissiefactor δ wordt bepaald door de som van de onder a), b) en c) genoemde elektronen.

Bij toenemende energie van de primaire elektronen neemt δ aanvankelijk toe daar de beschikbare energie groter wordt; zie fig. 7.37. Bij toenemende V_p dringen de primaire elektronen steeds dieper in het beschoten materiaal door, zodat een groter deel van de "vrijgemaakte" elektronen weer geabsorbeerd worden voordat zij het oppervlak kunnen bereiken. De kromme vertoont dus een maximum; meestal bij V_p tussen \approx 200 en 800 Volt.

Ook is δ zeer sterk afhankelijk van de hoek waaronder de primaire bundel het oppervlak treft. Wordt de hoek φ tussen de primaire bundel en de normaal op het te beschieten oppervlak groter, dan zal δ toenemen, omdat de sekundaire elektronen nu gemiddeld een kortere weg tot het oppervlak hoeven af te leggen en, dus minder geabsorbeerd kunnen worden. De hoekafhankelijkheid van δ is voor enkele metalen in fig. 7.38 aangegeven.

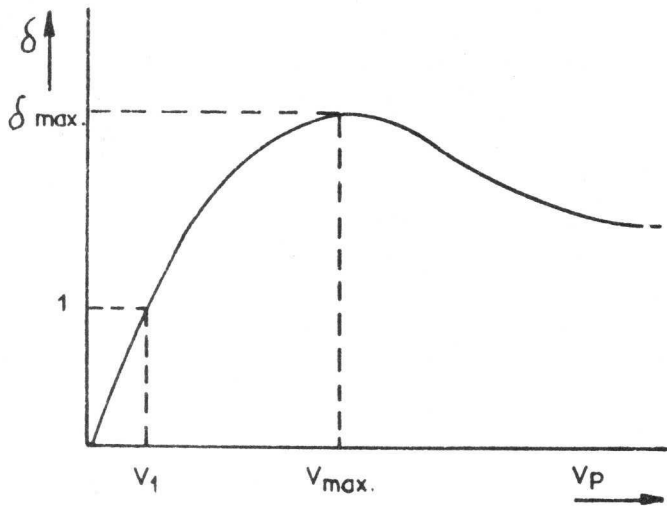


Fig. 7.37

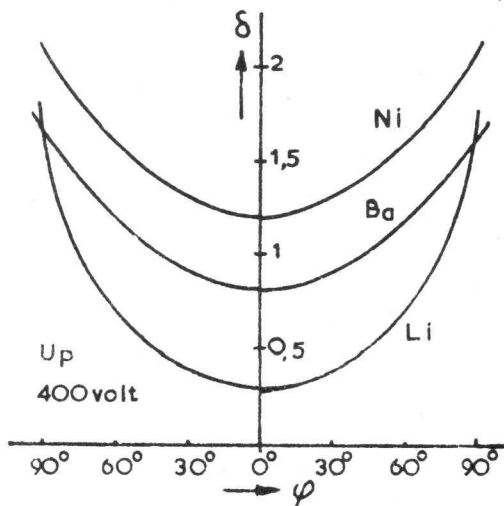


Fig. 7.38

Sekundaire elektronen treden in alle richtingen uit. Bij loodrechte inval van de primaire bundel ziet het richtingsdiagram er uit als in fig. 7.39 is aangegeven.

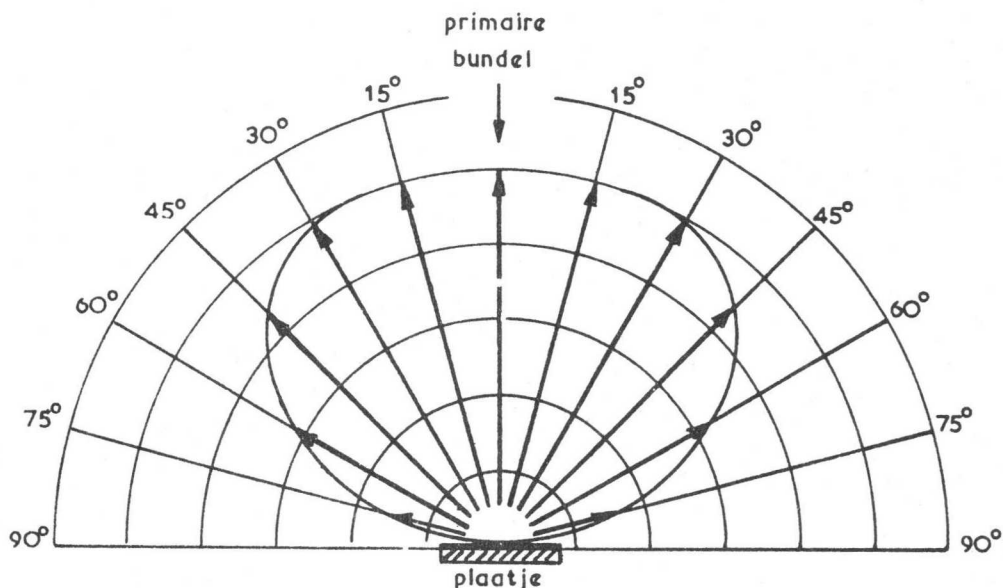


Fig.7.39

7.13.2 De sekundaire emissiefactor bij verschillende materialen

Voor de meeste metalen is δ kleiner dan 2. Bepaalde verbindingen kunnen veel grotere waarden voor δ opleveren, speciaal die van de alkalimetalen.

Roet heeft bijzonder weinig sekundaire emissie en wordt daarom aangebracht op onderdelen in die toepassingen waar sekundaire emissie tot ongewenste verschijnselen aanleiding zou geven.

Isolatiematerialen vertonen ook sekundaire emissie. Deze is echter alleen gepulst te meten omdat deze materialen zich anders opladen.

De energieverdeling is in het algemeen gelijk aan die bij metalen. In fig. 7.40 is δ als functie van V_p voor een typische isolator aangegeven. Uiteraard zal de te beschieten isolator altijd + zijn t.o.v. de katode.

Als de beginpotentiaal van de isolator kleiner is dan die waarbij $\delta = 1$, dus kleiner dan V_1 , dan ontvangt de isolator meer elektronen dan hij afgeeft, zodat zijn potentiaal zal dalen. Dit gaat zolang door tot de potentiaal van de isolator gelijk wordt aan katodepotentiaal, waarna de isolator geen nieuwe elektronen meer ontvangt.

Ligt de beginpotentiaal van de isolator tussen V_1 en V_2 dus in het gebied waar $\delta > 1$, dan geeft de isolator meer elektronen af dan hij ontvangt, zodat zijn potentiaal zal stijgen tot het stabiele punt V_2 is bereikt.

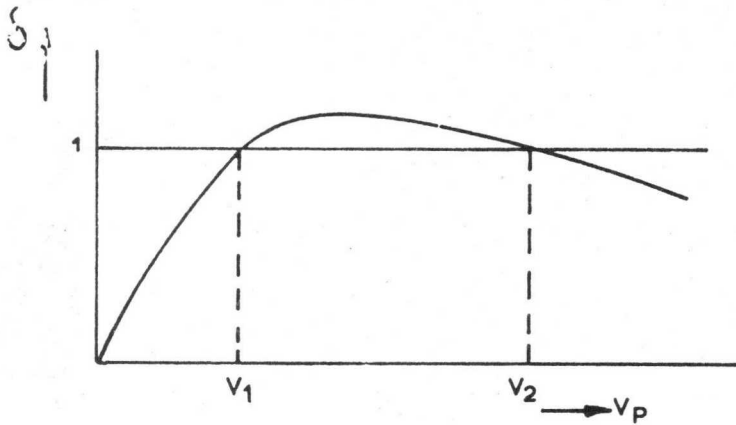


Fig.7.40

Immers zou de potentiaal nog iets stijgen, waarbij $\delta < 1$, dan zou de potentiaal meteen weer dalen.

Als de beginpotentiaal $> V_2$ is, zal deze zover dalen tot de stabiele potentiaal V_2 is bereikt. Dit betekent dus dat voor alle primaire spanningen $> V_1$ de isolator zich op een uiteindelijke potentiaal V_2 zal stabiliseren. Vaak wordt V_2 daarom "sticking potential" genoemd.

De oppervlaktestructuur heeft een grote invloed op δ . Is het oppervlak van een geleider wollig, b.v. roet op Wolfram, dan is δ lager dan normaal, zie fig. 7.41.

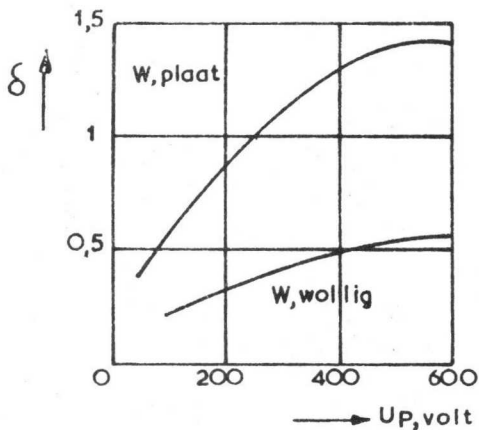


Fig.7.41

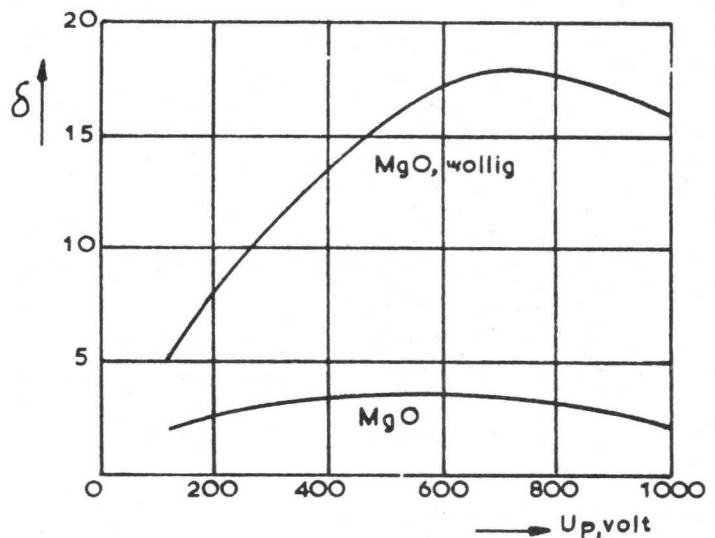


Fig.7.42

Dit wordt veroorzaakt door de labyrinthwerking van het wollige oppervlak. Door botsingen in het labyrinth kan slechts een klein gedeelte van de aanvankelijke sekundaire elektronen worden vrijgemaakt.

Bij een wollige laag van isolerende deeltjes wordt δ juist groter dan normaal. In fig. 7.42 is δ aangegeven voor een in vacuüm op Ni opgedampte Mg O laag, en voer eenzelfde laag, nu echter verkregen door Mg te verdampen door zuurstof van niet te lage druk, waarbij een wollige MgO laag ontstaat.

Bij beschieting van een dergelijke laag worden de buitenste deeltjes positief opgeladen ($\delta > 1$), zodat over de laag een zeker potentiaal verschil ontstaat, waardoor nieuwe elektronen uit de laag worden vrijgemaakt.

In tabel 7.3 tenslotte zijn van enkele metalen, verbindingen en isolatoren vermeld: δ_{\max} , V_1 , eventueel V_2 en V_{\max} , volgens fig. 7.37 en fig. 7.40.

Stof	Vorm waarin onderzocht is	d_{\max} Volt	V_{\max} Volt	V_1 Volt	V_2 Volt
Ag	overgedampt in vacuum	1,56	800	130	
Al	overgedampt in vacuum	0,97	300	-	
Au	plaat	1,46	800	165	
Ba	overgedampt in vacuum	0,83	400	-	
Be	overgedampt in vacuum	0,53	200	-	
Cs	overgedampt in vacuum	0,72	400	-	
Cu	overgedampt in vacuum	1,29	600	185	
Cu	plaat	1,27	600	205	
Fe	plaat	1,19-1,34	400	160-120	
K	overgedampt in vacuum	0,8 -0,94?	300	-	
Li	overgedampt in vacuum	0,48-0,56	75-100	-	
Mg	overgedampt in vacuum	0,95	300	-	
Mo	plaat	1,25	400	150	
Ni	plaat	1,22-1,34	500	180-160	
Pt	plaat	1,78	750	150	
Rb	overgedampt in vacuum	0,83-0,88?	350-400	-	
Ta	plaat	1,29	600	275	
Ti	plaat	0,90	275	-	
W	plaat	1,33	650	250	
Zr	plaat	1,09	350	180	
Zr	zwart zirkoon	0,61	500	-	
BaO	geoxydeerde Ba laag	~4,8	~400	~20	
Cs ₂ O	Ag ₂ O+2Cs Cs ₂ O+2Ag	~9,5	~800	~10	
KCl	overgedampt in vacuum	~7,5	~500	<20	
MgO	overgedampt in vacuum	3,95	400	~20	
MgO	Mg verdampt door O ₂	~ 18	800	<20	
RbCl	overgedampt in vacuum	~5,8	~450	<20	
SiO ₂	overgedampt in vacuum	1,52	400	70	
ThO ₂	geoxydeerde Th laag	2,9	800	50	
Ag ₂ O	geoxydeerde Ag plaat	0,9-1,18	350-600	-	
Cu ₂ O	geoxydeerde Cu plaat	1,19-1,25	500	130-160	
Mo-oxyd	geoxydeerde Mo plaat	1,09-1,33	~400	-	
Mo-oxyd	door O ₂ verdampt	?	?	-	
W-oxyd	door O ₂ verdampt	0,43	300	-	
C	aquadag	1,0	300	300	
C	roet	0,47	500	-	
glas		1,9-3,1	300-420	< 60	900-5000
kwarts		~ 2,5	~420	< 50	2300
willemiet		-	-	-	3000-20000
NaCl		6	600	20	1400
Al ₂ O ₃		1,5-4,8	350-1300	20	1200-1700
oxyde-katode		8	1500	60	3500
mika		2,4	380	30	3300

7.13.3 Toepassingen en storende werkingen

Een belangrijke toepassing van sekundaire emissie zien we in een fotomultiplier, een fotocel met sekundair emitterende anodes, dynodes genoemd.

In de fotomultiplier worden de uit een fotokatode vrijgemaakte elektronen (zie voor foto-emissie (7.14) versneld naar een 1e dynode. De hier vrijgemaakte sekundaire elektronen worden versneld naar een 2e dynode enz. Bij n dynodes is de anodestroom δ^n x fotostroom, bij $\delta = 5$ en $n = 10$ dus een versterking van $5^{10} \approx 10^7$.

Ook in versterkerbuizen kan een sekundair emitterende anode worden aangewend om de steilheid te vergroten (met een faktor $\delta^{1/2}$).

Sekundaire emissie was vroeger zeer belangrijk in katodestraalbuizen, waarvan het scherm, een isolator, getroffen werd door primaire elektronen met een spanning tussen V_1 en V_2 , zie fig. 7.40. Door het emitteren van sekundaire elektronen kan het scherm op voldoende hoge potentiaal blijven om op te lichten. Tegenwoordig past men aluminisering toe, waardoor schermoplading wordt voorkomen.

Van de storende werkingen van sekundaire emissie noemen we op de eerste plaats de vervorming van de Ia - Va karakteristiek van de tetrode door sekundaire elektronen die van de anode naar het schermrooster gaan of omgekeerd.

Dit probleem is opgelost door inbouw van een extra rem-rooster tussen schermrooster en anode, waarmee een pentode is verkregen.

In vrijwel alle vacuumbuizen bevinden zich isolerende mika en glasoppervlakken.

Door elektrostatische inductie of door lekstromen kunnen deze isolatoren een zekere positieve potentiaal t.o.v. de katode bezitten, die groter is dan V_1 in fig. 7.40. Worden deze oppervlakken nu door zwerfstromen getroffen, dan worden ze positief opgeladen ($\delta > 1$) en bereiken een zodanige spanning dat de sekundaire elektronen gemakkelijk de anode kunnen bereiken.

Bij eindbuizen, waar de anodespanning zeer grote potentiaalverschillen kan doorlopen, kan hierdoor een grote demping en vervorming ontstaan. In gevallen waar de glaswand zich op een hoge potentiaal instelt, kan door sekundaire emissie gas worden vrijgemaakt dat de katode kan aantasten.

Storende effecten van de sekundaire emissie kunnen worden voorkomen door a) glaswand te bedekken met stof waarvoor $\delta_{\max} < 1$, b.v.

koolstof, of door het opdampen van een metaal.

b) kool op katodepotentiaal rond het elektrodesysteem te bouwen.

7.14 Foto-emissie

7.14.1 Algemene eigenschappen

Valt een stroom van lichtquanta, ook fotonen genoemd, op materie, b.v. een metaal, dan kan de energie van een geabsorbeerd foton worden gebruikt om een elektron uit het beschoten materiaal vrij te maken.

Dit verschijnsel noemt men foto-emissie en de vrijgemaakte elektronen worden foto-elektronen genoemd. Met de opstelling van fig. 7.43 kan foto-emissie worden aangetoond.

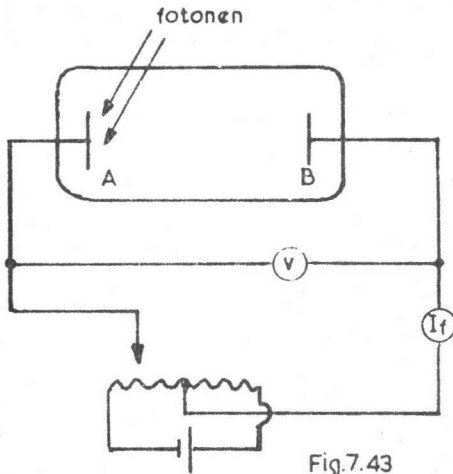


Fig.7.43

Een metalen plaat A, de z.g. foto-katode, en een metalen plaat B zijn geplaatst in een geëvalueerde buis van zodanig glas, dat de fotonen door het glas niet geabsorbeerd worden.

De in de uitwendige ketsen lopende fotostroom hangt, behalve van het spanningsverschil tussen A en B, af van de intensiteit en de frekwentie van de opvallende fotonen.

Beschouwen we in eerste instantie de situatie bij 0° Kelvin, dan is foto-emissie alleen mogelijk met een foton waarvan de energie minstens gelijk is aan de minimale uittree-arbeid $e\phi$ volgens (7.11).

Dit betekent dus dat alleen straling met een golflengte beneden een zekere grensgolflengte λ (dus boven een zekere grensfrekwentie ν_0) foto-emissie kan veroorzaken.

De grenswaardes volgen uit:

$$\left. \begin{aligned} h\nu_0 &= e\phi \\ \lambda_0 &= \frac{hc}{e\phi} \end{aligned} \right\} \quad (7.88)$$

Is de energie $h\nu$ van het opvallende foton groter dan $h\nu_0$, dan kunnen de foto-elektronen ook nog een zekere kinetische energie meekrijgen. Ook bij bestraling met monochromatische straling zal de uittreesnelheid niet voor alle foto-elektronen gelijk zijn. Immers voor verschillende elektronen is de vrijmakingsarbeid groter dan de minimale, terwijl deze ook een deel van hun energie door botsingen kunnen verliezen tijdens het uittreden.

De maximale uittreesnelheid van de foto-elektronen bij bestraling met monochromatische straling volgt uit:

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h\nu - e\phi \quad (7.89)$$

Uit (7.88) en (7.89) volgt dan:

$$\frac{1}{2} m v^2 = h(\nu - \nu_0) \quad (7.90)$$

Uit deze formule blijkt dat de maximale uittreesnelheid van foto-elektronen zeer groot wordt indien kortgolvlige stralen worden gebruikt, zoals röntgenstralen.

Boven 0° Kelvin gaat de voorgaande beschouwing niet geheel op omdat de Fermi-verdeling dan een staart krijgt, zie fig. 7.8. De energierijke elektronen uit het staartje zullen reeds uittreden vóór de grensfrekventie bereikt is. Ter berekening van de fotostroomdichtheid per eenheid van opvallend licht als functie van de frekwentie en de temperatuur, beschouwen we weer het aantal elektronen dN_x met een snelheid loodrecht op het katode-oppervlak, tussen v_x en $v_x + dv_x$ volgens (7.13).

Beperken we ons tot het gebied in de buurt van de grensfrekventie, dan wordt algemeen aangenomen dat de waarschijnlijkheid dat een foton een elektron vrijmaakt konstant α kan worden gesteld. (Voor de alkali metalen $\approx 10^{-4}$ à 10^{-5} elektronen per foton).

Analoog aan (7.17) volgt de fotostroomdichtheid J_f dan uit:

$$J_f = \alpha e \int_{v_2}^{\sim} v_x dN_x \quad (7.91)$$

Hierin is v_2 echter niet door (7.18) gegeven, doch volgt nu uit:

$$\frac{1}{2} m v_2^2 = W_a - h\nu \quad (7.92)$$

De uitwerking van (7.91) verloopt geheel analoog aan de afleiding van (7.40) waarvoor verwezen kan worden naar 7.4.1.

Voor J_f wordt dan gevonden:

$$J_f = \alpha A_0 T^2 g(a_2) \quad (7.93)$$

waarbij $g(a)$ gegeven is door (7.39) en a_2 volgt uit:

$$a_2 = \exp - \frac{e\phi - h\nu}{kT}$$

waarvoor volgens (7.88) ook geschreven kan worden

$$a_2 = \exp - \frac{h(\nu_0 - \nu)}{kT} \quad (7.94)$$

Vaak zal $a_2 > 1$, zodat de reeksontwikkeling (7.41) en de bij (7.19) gevolgde benadering niet meer opgaan.

De berekening van $g(a_2)$ wordt dan minder eenvoudig en geschiedt volgens numerieke methodes.

Een typische curve $J_f = i(\nu)$ is in fig. 7.44 gegeven. Deze curve begint niet abrupt bij de grensfrekventie ν_0 , doch verloopt asymptotisch naar de ν -as. Dit wordt veroorzaakt door de energierijke elektronen uit het staartje van de Fermi-verdeling.

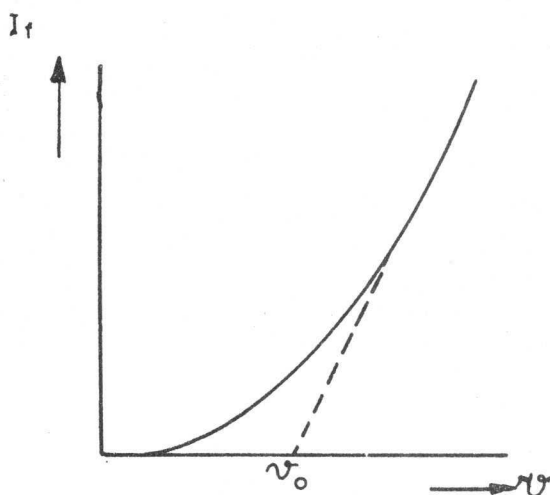


Fig.7.44

De grensfrekwentie ν_0 kan door extrapolatie bij benadering worden bepaald. Voor een nauwkeurige bepaling van ν_0 wordt $\log \frac{J_f}{T^2}$ als functie van

$\frac{h\nu}{kT}$ berekend uit (7.93) door ν_0 in (7.94) nul te stellen.

Wordt deze curve nu vergeleken met de experimenteel gevonden curve in een beperkt frekwentiegebied waar $\alpha = \text{konstant}$, dan is deze laatste curve een bedrag $\frac{h\nu_0}{kT}$ verschoven langs de $\frac{h\nu}{kT}$ as.

Uit deze verschuiving kan ν_0 nauwkeurig worden bepaald, ook als α niet precies bekend zou zijn.

Uit de zo gevonden waarde van ν_0 kan ook de uittreepotentiaal ϕ worden bepaald uit (7.88).

Deze "foto-elektrische" uittreepotentiaal komt goed overeen met de "termische" uittreepotentiaal ϕ_0 .

De stroom-spanningskarakteristiek van de opstelling in fig. 7.43 is in fig. 7.45 aangegeven.

Deze karakteristiek heeft dezelfde vorm als de diodekarakteristiek van fig. 7.12.

De fotostroom wordt nul bij die spanning V_s waarbij zelfs de snelste foto-elektronen de anode niet kunnen bereiken.

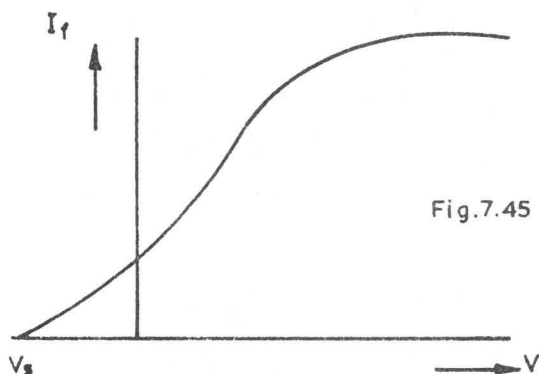


Fig.7.45

Afgezien van de invloed van de staart van de Fermi-verdeling geldt dus:

$$e V_s = \frac{1}{2} m v_{\text{max}}^2 \quad (7.95)$$

Uit (7.90) en (7.95) volgt dus:

$$e V_s = h (\nu - \nu_0) \quad (7.96)$$

Bepalen we V_s bij verschillende frekwenties dan vinden we een rechte lijn. Hieruit zijn $\frac{h}{e}$ en ν_0 te bepalen.

De verzadigingsstroom, die door (7.93) is gegeven, is rechtevenredig met de intensiteit van de opvallende straling.

7.14.2 Praktische foto-katodes

Voor praktische toepassingen zijn van belang de grensfrekwentie en de fotostroom per eenheid van opvallende straling.

Zuivere metalen hebben lage grensfrekwenties en gevoeligheid en een scherpe spektrale verdeling. Ter illustratie is in fig. 7.46 de foto-elektrische kleurgevoeligheid der alkali-metalen weergegeven. Dit is de fotostroom in afhankelijkheid van de golflengte bij gelijke hoeveelheid geabsorbeerde straling. De grensgolflengtes variëren in overeenstemming met de verschillen in uittreepotentiaal van tabel 7.1 op blaz. 99.

Vanaf de grensfrekwentie neemt de gevoeligheid snel toe, vertoont bij bepaalde golflengte een maximum en neemt daarna weer af. Dit maximum wordt o.a. veroorzaakt doordat bij toenemende

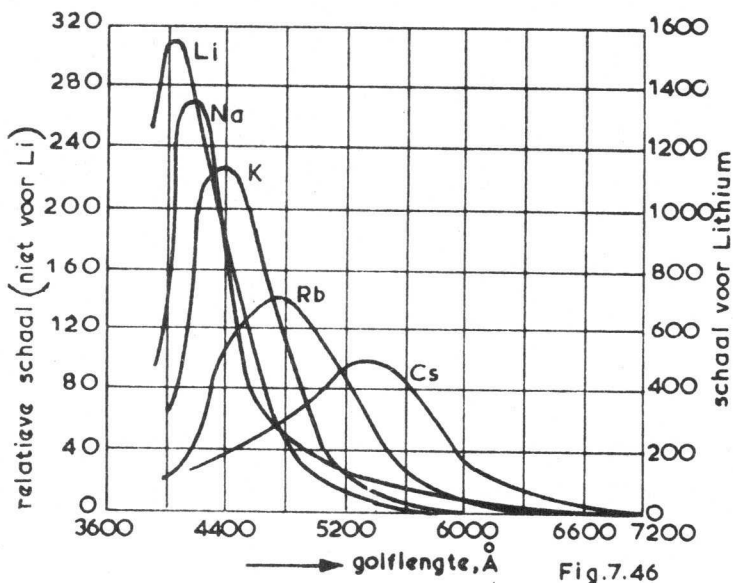


Fig.7.46

frekwentie het aantal fotonen per eenheid van straling afneemt (energie $h\nu$ per foton neemt nl. toe). Anderzijds is de waarschijnlijkheid α uit (7.92) geenszins konstant over het gehele golflengtegebied. Voor de praktische doeleinden heeft men een foto-gevoeligheid voor rood licht nodig. Uit fig. 7.46 volgt dat alleen Cs hieraan kan voldoen, echter is de gevoeligheid bijzonder laag. Om 1 foto-elektron vrij te maken zijn ongeveer 10^4 à 10^5 fotonen nodig.

De grensfrekwentie kan men beïnvloeden door het absorberen van b.v. alkali-atomen op een metalen onderlaag (b.v. Cs op W). Zoals in 7.6 is besproken zal de uittreepotentiaal van het basismetaal dan worden verlaagd. Zolang de adsorptie als ion plaats heeft, hebben we te maken met het vrijmaken van geleidingslektronen uit het basismetaal. Laat men meer alkali-atomen adsorberen, waarbij deze zich niet als ion, doch als gepolariseerd atoom op het oppervlak hechten, dan kan ook foto-ionisatie van de geadsorbeerde atomen plaatshebben. (zie 6.2) De vrijgemaakte foto-elektronen zijn dan afkomstig van deze geadsorbeerde atomen en zijn geen geleidingslektronen uit de basislaag.

De besproken dubbellen zijn voor praktisch gebruik echter nog te ongevoelig.

Praktische foto-katodes zijn dan ook veel ingewikkelder.

De foto-gevoeligheid van een drietal samengestelde lagen is in fig. 7.47 weergegeven. Vertikaal is de fotostroom uitgezet in willekeurige eenheden en horizontaal de golflengte.

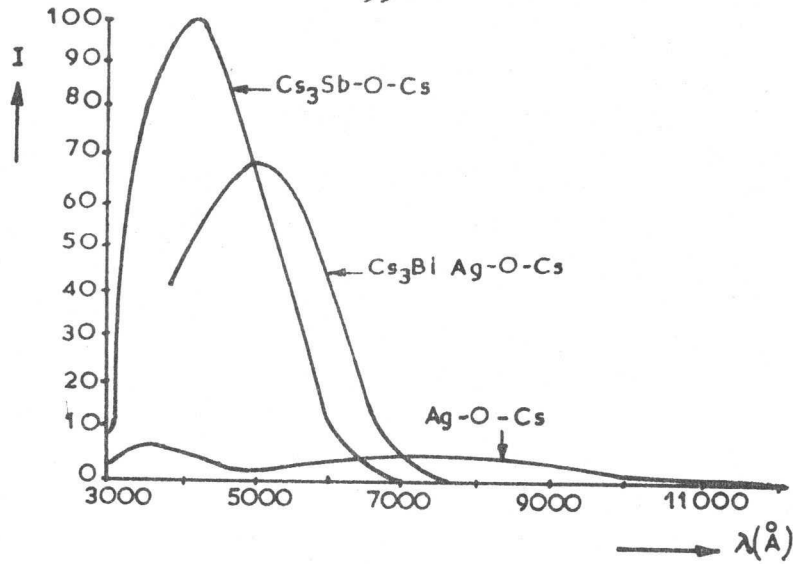


Fig. 7.47

De gevoeligheid van een samengestelde laag bestaande uit Caesium, Antimoon en Zuurstof is maximaal voor blauw licht, met een grensfrekventie in het rood. Een laag bestaande uit Caesium, Bismuth, Zilver en Zuurstof heeft een grootste gevoeligheid voor groen licht. Een laag bestaande uit Zilver, Caesium en Zuurstof heeft een zeer breed maximum in het rood en is zelfs nog gevoelig voor infrarode straling. Voor de eerstgenoemde laag zijn bij 500 Å slechts 20 fotonen nodig om 1 foto-elektron vrij te maken.

Deze samengestelde lagen kunnen als halfgeleider van het P-type worden opgevat. Bij een Caesium-antimoonlaag wordt in het kristalrooster een overmaat Cs atomen ingebracht door het vervangen van het 5-waardige Sb door het éénwaardige Cs (zie 7.1).

Hierdoor ontstaat er een zekere "gaten"concentratie in de valentieband. Wordt nu een elektron uit de valentieband door absorptie van een foton vrijgemaakt, dan blijft een gat achter, dat door de goede gatengeleiding van de Caesium-antimoonlaag snel de metallische onderlaag van de katode kan bereiken, waar het geneutraliseerd kan worden. In een praktische fotodiode, waarvan in fig. 7.43 alleen het principe is weergegeven, bestaat de katode b.v. uit een halfronde metalen plaat en de anode uit een staafje dat tegenover de katode is opgesteld, zoals fig. 7.48 in dwarsdoornede aangeeft.

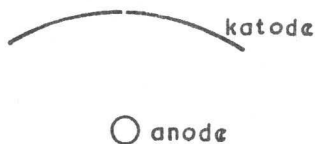


Fig. 7.48

Als regel bevinden zich in de buis nog een of meerdere kleine bakjes met chemicaliën, die tijdens het fabricageproces door hoogfrequent-verhitting worden verstoven. Hierdoor wordt de gevoelige laag op de katode gevormd. Bij de reeds besproken zilver-zuurstof-caesium laag bestaat de katode uit een verzilverd metalen plaatje. Na het pompen wordt zuurstof ingelaten, waardoor het zilver oxydeert. Vervolgens wordt de caesium pastille

door hoogfrequent-verhitting verdampt en slaat op de katode en glaswand neer. Door het geheel vervolgens in een oven te verhitten komt ook het caesium van de glaswand op de katode terecht. Hierbij wordt het caesium gedeeltelijk omgezet in caesiumoxyde terwijl het zilver gedeeltelijk gereduceerd wordt.

Tenslotte zij nog vermeld dat men voor vele toepassingen fotobuizen met edelgasvulling gebruikt. Hierdoor krijgen de foto-elektronen bij voldoende hoge anodespanning voldoende snelheid om de gas-atomen te ioniseren, waardoor de anodestroom relatief zeer veel groter wordt dan in de vakuumbuis (z.g. gasversterking). Verder zij verwezen naar Lit. 22.

